

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3

Aufgabe 9:

Man löse die folgende Anfangswertaufgabe für $x \neq 0$:

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -\frac{2}{x} \\ 0 & \frac{3}{x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{y}(1) = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 10:

Gegeben sei die folgende Anfangswertaufgabe für $t \neq 0$:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2 \\ \dot{y}_2 &= 3y_1/t^2 + y_2/t \end{aligned} \quad \text{mit} \quad y_1(1) = 0 \quad \text{und} \quad y_2(1) = 4.$$

- a) Man stelle die Anfangswertaufgabe in Matrix- Vektorschreibweise mit $\mathbf{y}(t) = (y_1(t), y_2(t))^T$ dar.
- b) Man bestimme eine Polynomlösung der Form

$$\mathbf{y}^1(t) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \\ b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3 \end{pmatrix}.$$

- c) Bilden $\mathbf{y}^1(t)$ und $\mathbf{y}^2(t) := \begin{pmatrix} 1/t \\ -1/t^2 \end{pmatrix}$ ein Fundamentalsystem der Differentialgleichung?
- d) Man löse die Anfangswertaufgabe.

Aufgabe 11:

Man berechne die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungssysteme

a)
$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} 7 & -6 \\ -6 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{y} .$$

b)
$$\dot{\mathbf{y}} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix} \mathbf{y} .$$

Aufgabe 12:

Man bestimme ein Fundamentalsystem des Differentialgleichungssystems

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 4 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{y} .$$

Abgabetermin: 27.11. - 1.12.2017 (zu Beginn der Übung)