Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2012/13**
Prof. Dr. H. J. Oberle
Dr. H. P. Kiani

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1) (Klausur 2010/11, Prof. Oberle)

Gegeben ist die Randwertaufgabe

$$x^2 y'' - 3x\, y' + 3y = h(x)\,, \qquad x \in]1,2[\,,$$
$$y(1) + y'(1) = \gamma_1\,,$$
$$y(2) + \alpha y'(2) = \gamma_2\,, \qquad \alpha, \gamma_1, \gamma_2 \in \mathbb{R}\,.$$

a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung

$$x^2 y'' - 3x\, y' + 3y = 0\,, \qquad x \in]1,2[\,,$$

mit Hilfe des Ansatzes $y(x) = x^k$.

b) Für welche Werte von α ist die Randwertaufgabe für beliebige $\gamma_1, \gamma_2 \in \mathbb{R}$ und beliebige auf dem Intervall $[1,2]$ stetige Funktionen $h(x)$ eindeutig lösbar?

c) Geben Sie für ein $\alpha \in \mathbb{R}$ zwei verschiedene Lösungen $y^{(1)}$ und $y^{(2)}$ der homogenen Randwertaufgabe, das heißt für $h(x) = 0$ und $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$, an.

Aufgabe 2: (Klausur 2010/11, Prof. Oberle) Gegeben ist das Variationsproblem: Minimiere das Funktional

$$I[y] := \int_0^2 e^{-2t}\left((y')^2 - y^2\right) + 6ty'\; dt$$

unter allen C^1-Funktionen $y = y(t)$ mit $y(0) = -1$.

a) Stellen Sie die zugehörige Euler-Lagrange-Gleichung auf, und geben Sie die natürliche Randbedingung an.

b) Lösen Sie die sich aus Teil a) ergebende Randwertaufgabe.

Bearbeitungstermine: 21.01.-25.01.2013