Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2012/13**
Prof. Dr. H. J. Oberle
Dr. H. P. Kiani

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5, Hausaufgaben

Aufgabe 1)

a) (Klausur 2011, Prof. Oberle) Gegeben sei das lineare System

$$\boldsymbol{y}\,'(t) \;=\; A\,\boldsymbol{y}\,(t) \;=\; \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & \gamma & 2 & 3 \\ -1 & 0 & \gamma & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix} \;\boldsymbol{y}\,(t)\,.$$

Untersuchen Sie das Stabilitätsverhalten des stationären Punktes $(0,0,0,0)^T$ in Abhängigkeit vom Parameter $\gamma \in \mathbb{R}$.

b) (Klausur 04/05, Prof. Oberle)
Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} y_1' &= y_2 \\ y_2' &= -\,\left(y_1 + y_1^3 + y_2\right)\,. \end{aligned}$$

Bestimmen Sie die Parameter α und β, so dass

$$V(y_1, y_2) \;=\; \alpha y_1^2 + \beta y_1^4 + y_2^2$$

eine Ljapunov–Funktion des obigen Differentialgleichungssystems zum Gleichgewichtspunkt $y_1^* \;=\; y_2^* \;=\; 0$ ist.

c) Gegeben ist das Polynom $p(x) \;=\; x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 2x + 4$. Zeigen Sie mittels des Routh-Hurwitz Kriteriums, dass $p(x)$ wenigstens eine Nullstelle mit positivem Realteil besitzt.

Aufgabe 2:

a) (Klausur 2002) Lösen Sie die Anfangswertaufgabe $Y'' - Y' - 6Y = e^{-2t}$,
$Y(0) = 0,\; Y'(0) = 1$, mit Hilfe der Laplace–Transformation.

b) Bestimmen Sie die Laplace–Transformierte der Originalfunktion

$$k(t) = \begin{cases} t & 0 \le t < 1\,, \\ 1 & 1 \le t < 3\,, \\ 4-t & 3 \le t \le 4\,, \\ 0 & \text{sonst}, \end{cases}$$

(i) nur mit Hilfe der Definition der Laplace-Transformation,

(ii) mit Hilfe von Heaviside-Funktionen und dem Verschiebungssatz (9.22) der Vorlesung.

c) Bestimmen Sie die Originalfunktionen der folgenden Bildfunktion der Laplace–Transformation $G(s) := \dfrac{s+1}{(s^2+2s+10)^2}$.

Abgabetermine: 07.01.-11.01.2013

Das Mathe III Team wünscht Ihnen
ein frohes Fest
und
einen guten Start ins neue Jahr!