

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3, Hausaufgaben

Aufgabe 1: Gegeben ist die folgende Differentialgleichungen zweiter Ordnung

$$(1 - y) y'' + 2 (y')^2 = 0$$

mit den Anfangswerten $y(0) = 0.5$, $y'(0) = 0.25$.

- Schreiben Sie die Anfangswertaufgabe in eine Aufgabe für ein System erster Ordnung um.
- Bestimmen Sie mit Matlab eine Näherungslösung für das Problem aus a) und plotten Sie ein Phasendiagramm der Näherungslösung für $t \in [0, 10]$.
- Lösen Sie die Anfangswertaufgabe in der ursprünglichen Form (zweiter Ordnung) analytisch. Plotten Sie ein Phasendiagramm der exakten Lösung und vergleichen Sie dieses mit dem Diagramm aus Teil b).

Aufgabe 2: (Klausur SoSe09)

Gegeben ist die Anfangswertaufgabe

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{3}{x^2} & \frac{1}{x} \end{pmatrix} \mathbf{y} + \begin{pmatrix} x \\ 3 \end{pmatrix} \quad x \geq 0.5$$

- Zeigen Sie, dass durch $\mathbf{y}(x) = \begin{pmatrix} x^3 \\ 3x^2 \end{pmatrix}$ eine Lösung der homogenen Differentialgleichung gegeben ist.
- Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem für den Lösungsraum der homogenen Differentialgleichung.
- Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der inhomogenen Aufgabe.

Bearbeitungstermine: 26.11.-30.11.2012