Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2012/13**
Prof. Dr. H. J. Oberle
Dr. H. P. Kiani

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

a) Zeigen Sie, dass die Differentialgleichung

$$y'(x) = f(\alpha x + \beta y(x) + \gamma)$$

mit $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ mit Hilfe der Substitution

$$u(x) := \alpha x + \beta y(x) + \gamma$$

auf eine separierbare Differentialgleichung transformiert werden kann.

b) Bestimmen Sie die Lösung der Anfangswertaufgabe

$$y' = (3x + 27y + 27)^2, \qquad y(0) = -1\,.$$

c) Überprüfen Sie Ihre Lösung aus Teil b) durch Einsetzen in die Differentialgleichung.

Aufgabe 2)

a) In einem einfachen Gleichstromkreis mit Spule gelte zum Zeitpunkt des Einschaltens $I(0) = 0$. Dann erhält man mit den üblichen Bezeichnungen ($U =$ Spannung, $I =$ Stromstärke, $L =$ Induktivität der Spule) die folgende Anfangswertaufgabe für den zeitlichen Verlauf des Einschaltstroms:

$$U = I(t) \cdot R + L \cdot \dot{I}(t)\,, \qquad I(0) = 0\,.$$

Bestimmen Sie die Lösung der Anfangswertaufgabe.

b) Folgende Gleichung modelliert den freien Fall eines Massepunktes mit hoher Anfangsgeschwindigkeit, Beschleunigung durch eine konstante Kraft sowie eine der Geschwindigkeit entgegen wirkende Reibungskraft, die betragsmäßig quadratisch mit der Geschwindigkeit wächst. Dabei bezeichnet $v(t)$ die Geschwindigkeit des Teilchens zum Zeitpunkt t.

$\dot{v}(t) = \alpha - \beta v^2(t), \forall t > t_0, \qquad v(t_0) = v_0\,,\, \alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$ konstant.

Lösen Sie die Gleichung für $\alpha = 10$ und $\beta = 0.004$.

Hinweise: Die Differentialgleichung kann als Riccatische Differentialgleichung gelöst werden. Eine spezielle Lösung erhalten Sie, wenn Sie die Geschwindigkeit berechnen, für die die Beschleunigung Null wird. Die Anfangsgeschwindigkeit v_0 wird natürlich als Parameter in der Lösung auftauchen.

Abgabetermine: 29.10.-02.11.2012