Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2012/13**
Prof. Dr. H. J. Oberle
Dr. H. P. Kiani

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 0, Präsenzübung

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie alle Eigenwerte, Eigenvektoren und ggf. Hauptvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2:

a) Sei A eine reelle $n \times n$ Matrix und $\lambda = a + ib$, $a, b \in \mathbb{R}$, $i^2 = -1$ ein Eigenwert von A mit zugehörigem Eigenvektor $\boldsymbol{v}$. Zeigen Sie, dass dann $\bar{\lambda}$ ein Eigenwert von A mit zugehörigem Eigenvektor $\bar{\boldsymbol{v}}$ ist.

b) Bestimmen Sie alle Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3:

Es sei $y(t)$ die Zahl der Feldmäuse in einem bestimmten Gebiet zum Zeitpunkt t. In einem sehr einfachen Modell wird angenommen, dass die Zunahme der Zahl der Mäuse pro Zeiteinheit proportional zur Zahl der Mäuse ist. Beschreiben Sie die Entwicklung der Zahl der Mäuse mit Hilfe einer Differentialgleichung.

Können Sie die Zahl der Mäuse zum Zeitpunkt $t = 10$ (natürlich abhängig vom Proportionalitätsfaktor) angeben?

Welche Information fehlt Ihnen dazu?

Aufgabe 4:

Gesucht seien Funktionen $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, t \mapsto y(t)$ mit

$$y'''(t) + 2y''(t) - y'(t) - 2y(t) = 0\,,$$

also Lösungen der Differentialgleichung

$$y''' + 2y'' - y' - 2y = 0\,.$$

Bestimmen Sie mit Hilfe des Ansatzes $y(t) = ke^{\lambda t}$, k, λ konstant, Lösungen dieser Differentialgleichung.

Bearbeitungstermine: 15.10.-19.10.2012