Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein.

Diese Eintragungen werden auf Datenträger gespeichert.

Name:																
Vorname:																
Matr.-Nr.:																

Studiengang:	AI	BU	ET	IN	LUM	MB	MTB	SB	BVT	EUT	VT	

Aufgabe	**a)i)**	**a) ii)**	**b) i)**	**b) ii)**	**c)**	**d)**	**e)**	$\sum$ =
erreichte Punkte								

BONUS =

Bitte lösen Sie die angegebenen Aufgaben, und tragen Sie Ihre Antworten in die dafür vorgesehenen Zeilen ein. Es gibt keine negativen Punkte. Eine Ankreuzaufgabe ist richtig bearbeitet, wenn Sie genau die richtige Kombination von Kästchen angekreuzt haben. Der Lösungsweg wird nicht bewertet.

a) Gegeben sei die Differentialgleichung: $y'(x) = y^{-3} \cos(x)$.

(i) Für die allgemeine Lösung $y(x)$ der Differentialgleichung gilt

$$y(x) = \pm \sqrt[4]{4\sin(x) + c}$$

(ii) Die Lösung der zugehörigen Anfangswertaufgabe mit dem Anfangswert $y(0) = 2$ ist

$$y(x) = \sqrt[4]{4\sin(x) + 16}$$

b) Gegeben sei die Differentialgleichung: $y'(x) \;=\; -\,x\,y(x) \;+\; 2e^{-\frac{x^2}{2}}$.

(i) Die allgemeine Lösung $y_h(x)$ der zugehörigen homogenen Differentialgleichung ist gegeben durch

$$\boxed{y_h(x) \;=\; c \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}}$$

(ii) Eine partikuläre Lösung $y_p(x)$ der inhomogenen Differentialgleichung ist gegeben durch

$$\boxed{y_p(x) \;=\; 2xe^{-\frac{x^2}{2}}}$$

c) Welche der folgenden Differentialgleichung ist/sind exakt? Bitte kreuzen Sie an!

- [X] $t\ln(t^2+y^2) \;+\; y\ln(t^2+y^2)\cdot y' \;=\; 0$,
- [X] $(2t+y^2) \;+\; (y+2ty)\cdot y' \;=\; 0$.
- [X] $2\,y \;+\; 2t\cdot y' \;=\; 0\,,$
- [ ] $\dfrac{t}{y} \;-\; \dfrac{1}{y^2}\cdot y' \;=\; 0\,,$
- [X] $(t^2+e^{t+y}) \;+\; (y^2+e^{t+y})\cdot y' \;=\; 0$,

d) Gegeben sei die Differentialgleichung: $y'(x) \;=\; \exp\left(2x -\; y(x) \;+\; 5\right)$.

Durch die Substitution $u(x) := 2x -\; y(x) \;+\; 5$ erhält man folgende Differentialgleichung

$$\boxed{u' \;=\; 2-\exp(u) \;=\; 2-e^u}$$

e) Gegeben ist das lineare Differentialgleichungssystem:

$$\boldsymbol{y}' = \frac{1}{x}\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & -1\end{pmatrix}\boldsymbol{y}\,.$$

Durch welche(s) der folgenden Systeme von Funktionen sind/ist ein Fundamentalsystem für den Lösungsraum des Differentialgleichungssystems gegeben? Bitte kreuzen Sie an.

- [x] $S_1 \;:=\; \left\{ \begin{pmatrix}-\frac{1}{x^2}\\ \frac{2}{x^2}\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}x\\ x\end{pmatrix} \right\}$,
- [ ] $S_2 \;:=\; \left\{ \begin{pmatrix}1\\ x\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}x\\ x\end{pmatrix} \right\}$,
- [ ] $S_3 \;:=\; \left\{ \begin{pmatrix}5x\\ 5x\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}\frac{1}{x^2}\\ \frac{-2}{x^2}\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}x\\ x\end{pmatrix} \right\}$.
- [ ] $S_4 \;:=\; \left\{ \begin{pmatrix}2x\\ 2x\end{pmatrix} \right\}$,
- [x] $S_5 \;:=\; \left\{ \begin{pmatrix}2x\\ 2x\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}\frac{-5}{x^2}\\ \frac{10}{x^2}\end{pmatrix} \right\}$,