**Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg** **WiSe 2010/11**
Prof. Dr. H. J. Oberle
Dr. H. P. Kiani

# Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

## Blatt 0, Präsenzübung

**Hinweis: Wenn Sie bereits Übungen zu Fourierreihen hatten (z.B. bei Prof. Voß) befassen Sie sich bitte mit Aufgabe 3.**

### Aufgabe 1:

a) Bestimmen Sie die reelle Fourierreihe der $\pi$-periodisch fortgesetzten Funktion $g : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \to \mathbb{R},\ g(x) = |x|$.

b) Berechnen Sie mit Hilfe von Teil a) den Grenzwert der Reihe $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2}$.

c) Nehmen Sie an, dass die Funktion $g$ auf dem Intervall $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ durch ein trigonometrisches Polynom approximiert werden soll. Dabei sollen nur die ersten vier nicht verschwindenden Terme der Fourierreihe berücksichtigt werden. Geben Sie das trigonometrische Polynom explizit an. Kann man garantieren, dass der absolute Approximationsfehler nicht größer als 0,1 wird?

### Aufgabe 2:

Berechnen Sie möglichst geschickt die reellen und komplexen Fourierreihen für die $2\pi$-periodischen Fortsetzungen folgender Funktionen.

$$\left.\begin{aligned} g(t) &= e^t \\ h(t) &= \tfrac{1}{2}\cos^3(2t) + 2\cos^2(3t) \\ f(t) &= \left(\sin(t) + \frac{1}{\cos(t)}\right)(\sin(2t) + \cos^2(t)) \cdot \end{aligned}\right\} \quad t \in (-\pi, \pi]$$

**Hinweis:**

$\cos(2t) = 2\cos^2(t) - 1\,,$

$\cos(3t) = 4\cos^3(t) - 3\cos(t)\,,$

$\sin(t)\sin(\tau) = \frac{1}{2}(\cos(t-\tau) - \cos(t+\tau))\,,$

$\sin(t)\cos(\tau) = \frac{1}{2}(\sin(t-\tau) + \sin(t+\tau))\,.$

**Aufgabe 3**

In einem vollständig mit $4000$ Liter Wasser gefülltem Becken befinden sich auf Grund eines technischen Defektes $8$ Kilogramm Chlor. Angestrebt wird ein Chlorgehalt von höchstens $1$ Gramm/Liter. Dazu leitet man pro Minute $20$ Liter Wasser mit einem Chlorgehalt von $0,5$ Gramm/Liter in das Becken.

a) Beschreiben Sie den Mischprozess durch eine Differentialgleichung für den Chlorgehalt im Becken. Nehmen Sie an, dass in jedem Zeitintervall genau so viel Wasser aus dem Becken hinaus fließt, wie in diesem Zeitintervall in das Becken hineinfließt, und dass der Zufluß zu einer sofortigen Durchmischung führt.

b) Gehen Sie nun davon aus, dass das hinzugeleitete Wasser kein Chlor enthält. Lösen Sie die in diesem Fall erhaltene Differentialgleichung. Stellen Sie fest, ob man nach vier Stunden die Frischwasserzufuhr beenden kann.

**Bearbeitungstermine:** 18.10. - 22.10.2010