

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21:

Gegeben ist die Minimierungsaufgabe: Minimiere das Funktional

$$I[y] = \int_0^1 y^2 + (y')^2 - yy' dt$$

für alle C^1 -Funktionen y mit $y(0) = 1$.

- Man stelle die zugehörige Euler-Lagrange-Gleichung auf,
- bestimme die natürliche Randbedingung und
- löse die zugehörige Randwertaufgabe.
- Zur Berechnung verwende man alternativ die Hamilton-Funktion.

Aufgabe 22:

Man berechne die Eigenwerte und Eigenfunktionen der folgenden Randeigenwertaufgabe

$$-y'' + 5y = \lambda y \quad \text{mit} \quad y'(0) = 0 \quad \text{und} \quad y(3) = 0.$$

Aufgabe 23:

Man löse die Anfangswertaufgabe

$$y''' - 6y'' + 11y' - 6y = -24 \quad \text{mit} \quad y(0) = 10, \quad y'(0) = 14 \quad \text{und} \quad y''(0) = 36$$

mit Hilfe der Laplace-Transformation.

Aufgabe 24:

Man löse die Anfangswertaufgabe

$$\begin{aligned}u'' &= 2u + 3v + e^{2t} \quad , \quad u(0) = 1 \quad , \quad u'(0) = 0 \\v'' &= -u - 2v \quad , \quad v(0) = 1 \quad , \quad v'(0) = 0\end{aligned}$$

mit Hilfe der Laplace-Transformation.

Abgabetermin: 25.01. - 29.01. (zu Beginn der Übung)