Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2008/09**
Prof. Dr. M. Hinze/ Dr. P. Kiani

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 1: [Aus Bärwolff, Höhere Mathematik für Naturwissenschaftler und Ingenieure]
Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Anfangswertaufgaben.

$$\begin{array}{rclll} (x-y)y \,-\, x^2y' & = & 0 & x>0, & y(1)=1\,, \\ 2xyy' \,-\, 3x^2+y^2 & = & 0 & x\neq 0, & y(1)=2\,. \end{array}$$

Aufgabe 2: Ermitteln Sie den Typ (Bernoullische, Riccatische, Ähnlichkeits-Differentialgleichung) folgender Differentialgleichungen. Geben Sie eine Substitution u= f(y,x) an, die die Differentialgleichung in eine separierbare oder lineare Differentialgleichung für u überführt. Wie lautet dann die Differentialgleichung für u?

$$y-\frac{1}{x}-\frac{1}{y}y'=0\,, \qquad y'=2x(2x^2y^2-1)y\,,$$

$$y'=1-x+x^2+y-2xy+y^2\,, \qquad y-xy'=\frac{x^3}{y^2}\,.$$

Aufgabe 3: Berechnen Sie mit Hilfe geeigneter Ansätze jeweils eine partikuläre Lösung der folgenden Linearen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten.

$$4y'-3y=5t+1\,, \qquad y'=2y-\sin(3t)+1\,,$$

$$y'-2y=e^{3t}(t^2+2t+2)\,, \qquad y'+2y=te^{-2t}\,.$$

Aufgabe 4:

a) Ermitteln Sie, mit Hilfe der Substitution $u(x):=y'(x)$, die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung zweiter Ordnung. [Aus Bärwolff, Höhere Math. f. Naturw. und Ing.]

$$y''\,\tan(x)\;=\;y'\,+\,1\,.$$

b) Gegeben sei die Differentialgleichung aus Teil a).

(i) Ermitteln Sie die Lösung der zugehörigen Anfangswertaufgabe mit den Anfangswerten

$$y(\frac{\pi}{6})\;=\;\frac{\pi}{6}\,, \qquad y'(\frac{\pi}{6})=\;2\,.$$

(ii) Seien nun die Anfangswerte

$$y(0)\;=\;0\,, \qquad y'(0)=\;0\,.$$

bzw.

$$y(0)\;=\;0\,, \qquad y'(0)=\;-1\,.$$

vorgegeben. Können Sie eine eindeutige Lösung angeben? Wie vertragen sich Ihre Ergebnisse mit dem Existenz– und Eindeutigkeitssatz (Satz 6.1) der Vorlesung?

Abgabetermine: 17.11-21.11.2008