

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21:

Zur Bestimmung der Extrema der Funktion

$$f(x, y) := e^{-x^2-y^2} (5x + 2(y+1))$$

soll das Newton-Verfahren auf die Funktion $\mathbf{F}(x, y) = \nabla f(x, y)$ angewendet werden.

- a) Man berechne $\mathbf{F}(x, y)$ und die Jacobi-Matrix $\mathbf{J} \mathbf{F}(x, y)$.
- b) Man stelle das Newton-Verfahren auf.
- c) Man schreibe ein MATLAB-Programm zur numerischen Durchführung des Newton-Verfahrens unter Verwendung der MATLAB-Routine 'linsolve'.
- d) Ausgehend von den Startvektoren $(x_0, y_0) = (0.5, 0.5)$ und $(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) = (-0.5, -0.5)$ berechne man damit Lösungen auf zehn Stellen genau.
- e) Man klassifiziere die berechneten stationären Punkte und erstelle einen Flächenplot und einen Höhenlinienplot von f mit Hilfe der MATLAB-Routinen 'ezsurf' und 'ezcontour'.

Aufgabe 22:

Für die Funktion

$$f : Q \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = 6 - 2x + 4y$$

mit $Q := [0, 3] \times [0, 2]$ berechne man

- a) Riemannsche Unter- und Obersumme zu folgender äquidistanter Zerlegung Z von Q

$$Q_{i,j} = [x_{i-1}, x_i] \times [y_{j-1}, y_j], \quad i, j = 1, \dots, n$$

wobei $x_i = \frac{3i}{n}$ und $y_j = \frac{2j}{n}$ gelte

- b) und das Integral von f über Q nach dem Satz von Fubini.

Aufgabe 23:

Man berechne folgende Integrale

a) $\int_0^1 \int_0^2 (2x + y)^2 dy dx,$

b) $\int_2^3 \int_0^1 \frac{y - x - 2}{xy - x + y - 1} dx dy$ und $\int_0^1 \int_2^3 \frac{y - x - 2}{xy - x + y - 1} dy dx,$

c) $\int_Q \sin(x + y) d(x, y)$ mit $Q = [0, \pi/2] \times [\pi/2, \pi].$

Aufgabe 24:

Man berechne folgende Integrale

a) $\int_0^2 \int_0^1 \int_1^2 \frac{z^3}{xy^2 + x} dx dy dz,$

b) $\int_Q \cos y + y\sqrt{x+z} d(x, y, z)$ mit $Q = [0, 2] \times [0, \pi] \times [1, 2].$

Abgabetermin: 13.1. - 17.1.2020 (zu Beginn der Übung)