Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2018/19**
Prof. Dr. T. Reis
Dr. H. P. Kiani

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt5, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

Gegeben ist das folgende Optimierungsproblem:

$$\begin{aligned} &\text{Gesucht sind die Minima von} \quad f(x,y) \;=\; 2 \;-\; x \;+\; \frac{4}{9}\,y \\ &\text{unter der Nebenbedingung} \quad g(x,y) = \;25 \;-\; 9x^2 \;-\; y^2 = 0\,. \end{aligned} \tag{1}$$

Lösen Sie die Aufgabe mit Hilfe der Lagrangeschen Multiplikatoren Regel. Überprüfen Sie zunächst die Regularitätsbedingung.

Bemerkung: Die Aufgabe kann natürlich auch durch Elimination einer der Variablen gelöst werden. Hier soll aber an einem einfachen Beispiel die neu eingeführte Lösungsmethode geübt werden.

Aufgabe 2:

Gegeben sei die Minimierungsaufgabe

$$f(x,y,z) \;:=\; 2x \;+\; y \;+\; z \;=\; \text{min!}$$

unter den Nebenbedingungen

$$g(x,y,z) \;:=\; x^2 \;+\; y^2 \;+\; z^2 \;= 9.$$

$$h(x,y,z) \;:=\; x^2 \;+\; (y \;-\; z)^2 \;= 1.$$

a) Zeigen Sie, dass $\boldsymbol{x}_0 = (1,2,2)^T$ zusammen mit geeigneten Multiplikatoren ein stationärer Punkt der zugehörigen Lagrange–Funktion $L := f - \mu_1 g - \mu_2 h$ ist.

b) Zeigen Sie, dass im Punkt $\boldsymbol{x}_0 = (1,2,2)^T$ ein lokales Maximum der Funktion f unter den gegebenen Nebenbedingungen vorliegt. Überprüfen Sie dazu die hinreichende Bedingung zweiter Ordnung.

Bearbeitungstermine: 17.–21.12.18