Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2018/19**
Prof. Dr. T. Reis
Dr. H. P. Kiani

Analysis III
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 2, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

a) Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung für die Funktionen:

$$f(x, y, z) := xyz \sin(x + y + z),$$
$$g(x, y, z) := \frac{\cos^2(x)e^y}{z}\,.$$

b) Die *Tangentialebene* an den Graphen einer differenzierbaren Funktion $f : D_f \longrightarrow \mathbb{R}$ im Punkt $(x^0, y^0) \in D_f \subset \mathbb{R}^2$ ist gegeben durch

$$z \;=\; f(x^0, y^0) \;+\; f_x(x^0, y^0)\,(x - x^0) \;+\; f_y(x^0, y^0)\,(y - y^0)\,.$$

Bestimmen Sie die Tangentialebene von $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$, $\quad f(x, y) = x^2 + y^2$ im Punkt $(x^0, y^0) = (-1, 1)$. Plotten Sie im Bereich $[-2, 2] \times [-2, 2]$ das Flächenstück, welches durch $z = f(x, y)$ gegeben ist, und die Tangentialebene.

Aufgabe 2: Die Funktion

$$u(x, t) := \frac{1}{2}\left[\sin\left(\frac{2\pi}{L}(x + ct)\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{L}(x - ct)\right)\right]$$

beschreibt näherungsweise die Auslenkung des Punktes $x \in [0, L]$ einer schwingenden Saite der Länge L zum Zeitpunkt $t \geq 0$ mit den Anfangsdaten $u(x, 0) = \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right)$.

a) Berechnen Sie die Randdaten $u(0, t)$ und $u(L, t)$.

b) Zeigen Sie, dass u die Wellengleichung $\quad \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad$ erfüllt.

c) Versuchen Sie die Form der Saite für $t = 0, \frac{L}{6c}, \frac{L}{4c}, \frac{L}{3c}, \frac{L}{2c}, \frac{L}{c}$ zu skizzieren.
Hinweis: $\sin(a + b) + \sin(a - b) = 2\sin(a)\cos(b)$.

Abgabetermine: 05.–09.11.18