Analysis III

J. Behrens

19. 10. 2017

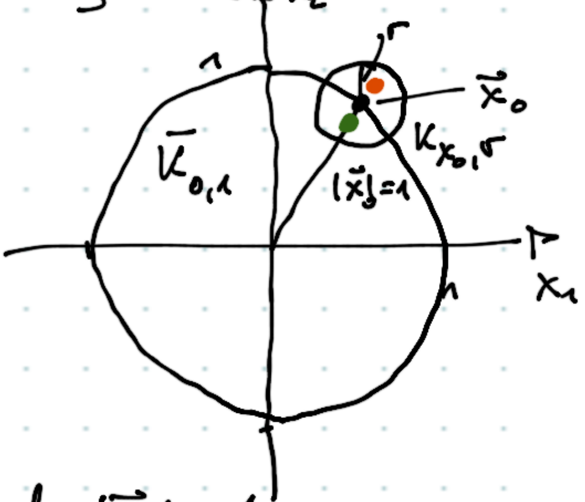
① Beispiele:

a) Im $\mathbb{R}^1$ ist jedes abgeschlossene Intervall $[a,b]$ kompakt.

b) Die (abgeschlossene) Einheitskugel

$$\overline{K}_{0,1} = \{ \vec{x} : |\vec{x}| \le 1 \} \subset \mathbb{R}^2$$

ist kompakt.



- Beschränktheit: klar nach Def.
- Abgeschlossenheit:

Randpunkte $\vec{x}_0$ sind gegeben durch $|\vec{x}_0| = 1$

Jede Kugel $K_{x_0,r}$ (offen) von x_0 mit beliebigem r enthält

$$x_1 = x_0\left(1+\frac{r}{2}\right) \notin \overline{K}_{0,1} \quad \text{da } |x_1| = 1+\frac{r}{2}$$

und

$$x_2 = x_0\left(1-\frac{r}{2}\right) \in K_{0,1}$$

c) Grenzwert: Betrachte $(\vec{a}_k) = \begin{pmatrix} \sqrt[k]{k} \\ \frac{k^2}{3k^2+5k} \end{pmatrix} \subset \mathbb{R}^2$

Dann gilt: $\lim\limits_{k\to\infty} \vec{a}_k = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$

Verwendet wurde der Satz über den Grenzwert der Koordinatenfolgen.

② <u>Interpretation</u> t: phys. Zeit

$\gamma(t)$: Position eines Punktes/Partikels auf γ

$\dot{\gamma}(t)$: Geschwindigkeit

$\ddot{\gamma}(t)$: Beschleunigung

Darstellung mit Hilfe des begleitenden Dreibeins $(\vec{t}(t), \vec{n}(t), \vec{b}(t))$

$$\dot{\gamma}(t) = \dot{s}(t)\,\vec{t}(t)$$

$$\ddot{\gamma}(t) = \ddot{s}(t)\,\vec{t}(t) + \dot{s}^2(t)\,\kappa(t)\,\vec{n}(t)$$

$\Rightarrow$ Beschleunigungsvektor liegt in der Schmiegebene