Analysis III, SoSe16, 2.9.2016, (Iske)

Aufgabe 1: (5 Punkte)

Für die durch

$$f(x,y) = (x+1)^2 + x\sin(x+y)$$

definierte Funktion berechne man das Taylor-Polynom 2. Grades zum Entwicklungspunkt $(x_0, y_0) = (0, \pi)$.

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Man berechne und klassifiziere alle stationären Punkte der durch

$$f(x,y) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 8y - 4y^2$$

definierten Funktion.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Für das Vektorfeld $\boldsymbol{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit

$$\boldsymbol{f}(x,y,z) = (x, 2x+2y, z)^T$$

und die Kurve $\boldsymbol{c} : [-2\pi, 3\pi] \to \mathbb{R}^3$ mit

$$\boldsymbol{c}(t) = (\cos(2t), t, \sin(2t))^T$$

berechne man das Kurvenintegral

$$\int_{\boldsymbol{c}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) d\boldsymbol{x} \, .$$

Aufgabe 4: (6 Punkte)

Gegeben seien die Fläche

$$K = \left\{ (x,y,z)^T \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x^2 + y^2 + z^2 = 4 \, , \; 0 \leq z \right\}$$

und das Vektorfeld $\boldsymbol{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit

$$\boldsymbol{f}(x,y,z) = (y, -x, z)^T \; .$$

a) Man skizziere K.

b) Man parametrisiere K unter Verwendung von Kugelkoordinaten.

c) Man berechne den Fluss von $\boldsymbol{f}$ durch K.