

# Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

## Blatt 7

**Aufgabe 25:** (Klausur SoSe 2004, erweitert)

Gegeben sei das Vektorfeld  $\mathbf{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  mit

$$\mathbf{f}(x, y, z) = \left( \sin y + 3x^2z^2, x \cos y + \frac{1}{1+y^2}, 1 + 2x^3z \right)^T.$$

- Man weise die Existenz eines Potentials zu  $\mathbf{f}$  nach, ohne es zu berechnen.
- Man berechne ein Potential durch sukzessives Integrieren von  $\mathbf{f}$  und
- mit Hilfe des Hauptsatzes für Kurvenintegrale.
- Gegeben sei die Kurve  $\mathbf{c} : [0, 3\pi/2] \rightarrow \mathbb{R}^3$  mit  $\mathbf{c}(t) = (\cos t, 0, \sin t)^T$ . Man berechne das Kurvenintegral

$$\int_{\mathbf{c}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}.$$

- Man zeichne die Kurve  $\mathbf{c}$  unter Verwendung der MATLAB-Routine 'plot3'.

**Aufgabe 26:**

Man verifiziere den Satz von Green für das Vektorfeld

$$\mathbf{f}(x, y) = (x^2 + y, \sin x)^T$$

und das Gebiet  $G$ , das von der Funktion  $y = 1 - (x - 1)^2$  und der  $x$ -Achse eingeschlossen wird.

**Aufgabe 27:**

Gegeben sei die Sattelfläche

$$S = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 4, z = xy\} .$$

- a) Man gebe eine Parametrisierung von  $S$  an,
- b) zeichne  $S$  mit Hilfe der MATLAB-Routine 'ezgraph3' und
- c) berechne den Flächeninhalt von  $S$  mit Hilfe eines Oberflächenintegrals.

**Aufgabe 28:** (Klausur WiSe 2009/10)

Gegeben seien das Vektorfeld  $\mathbf{f}(x, y, z) = (0, 0, z^3)^T$  und der Körper

$$H = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 16, 0 \leq y\} .$$

- a) Man skizziere  $H$ .
- b) Für die  $H$  berandenden Flächenstücke gebe man jeweils Parametrisierungen an.
- c) Man berechne jeweils den Fluss von  $\mathbf{f}$  durch diese Randflächenstücke.
- d) Man berechne das Volumenintegral  $\int_H \operatorname{div} \mathbf{f}(x, y, z) d(x, y, z)$ .

**Abgabetermin:** 25.1. - 29.1.2016 (zu Beginn der Übung)