Fachbereich Mathematik **WiSe 2014/2015**
Prof. Dr. A. Iske

Klausur zur Mathematik III

(Modul: Analysis III)

18. Februar 2015

Sie haben 60 Minuten Zeit zum Bearbeiten der Klausur.

Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein.

Diese Eintragungen werden auf Datenträger gespeichert.

Name:																
Vorname:																
Matr.-Nr.:																

Stg:	AIW	BU	CI	ET	GES	IN	LUM	MB	MTB	SB	BV	EUT	VT	

Wertung nach DPO : zus. mit Differentialgleichungen I ☐ Einzelwertung ☐

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

(Unterschrift)

Lösen Sie die **3** angegebenen Aufgaben.

Aufg.	**Punkte**	**Korrekteur**
1		
2		
3		
$\sum$		—

Aufgabe 1) (2 + 3 + 3 Punkte)

Gesucht sind die Minima der Funktion

$$f(x,y) := e^{x+y} - x^2 - y^2$$

unter der Nebenbedingung

$$g(x,y) := 2x^2 + 2y^2 - 5x + 3y = 0.$$

a) Zeigen Sie, dass $P_0 = (2, -2)^T$ ein zulässiger Punkt ist, in dem die Regularitätsbedingung erfüllt ist.

b) Weisen Sie nach, dass $P_0 = (2, -2)^T$ zusammen mit einem geeigneten Multiplikator ein stationärer Punkt der zugehörigen Lagrange–Funktion ist.

c) Zeigen Sie, dass im Punkt $P_0 = (2, -2)^T$ ein lokales Minimum der Funktion f unter der gegebenen Nebenbedingung vorliegt. Überprüfen Sie dazu die hinreichende Bedingung zweiter Ordnung.

Aufgabe 2: (2 + 4 Punkte)

Gegeben sind die Funktion

$$\boldsymbol{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \qquad \boldsymbol{f}(x,y,z) = (2z\,,\ yz\,,\ -y^2)^T$$

und die Kurve

$$\boldsymbol{c} : [0\,,\,\pi] \to \mathbb{R}^3, \qquad \boldsymbol{c}(t) = (t,\, 3\sin(t),\, 3\cos(t)\,)^T.$$

a) Zeigen Sie, dass die Funktion $\boldsymbol{f}$ kein Potential auf $\mathbb{R}^3$ besitzt.

b) Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\int_{\boldsymbol{c}} \boldsymbol{f}(x,y,z)d(x,y,z)\,.$$

Aufgabe 3: (5 + 1 Punkte)

Gegeben sei der Kegel

$$Z \subset \mathbb{R}^3, \quad Z = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : 0 \le x^2 + y^2 \le 1,\ 0 \le z \le 4 - 4\sqrt{x^2+y^2} \right\}.$$

Der Kegel habe die konstante Dichte $\rho = 2$ und damit die Masse $m = \frac{8}{3}\pi$.

a) Berechnen Sie das Trägheitsmoment des Kegels bezüglich der $z-$ Achse mittels Integration.

b) Berechnen Sie das Trägheitsmoment des Kegels bezüglich einer zur $z-$ Achse parallelen Achse A, die durch den Punkt $(\frac{3}{2}, 0, 0)^T$ geht.