

Klausur zur Mathematik III

(Modul: Analysis III)

28. August 2015

Sie haben 60 Minuten Zeit zum Bearbeiten der Klausur.

**Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt
mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.**

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein.

Diese Eintragungen werden auf Datenträger gespeichert.

Name:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Stg:

AIW	BU	CI	ET	GES	IN	LUM	MB	MTB	SB	BV	EUT	VT	
-----	----	----	----	-----	----	-----	----	-----	----	----	-----	----	--

Wertung nach DPO :

zus. mit Differentialgleichungen I	
------------------------------------	--

Einzelwertung	
---------------	--

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

(Unterschrift)

Lösen Sie die **3** angegebenen Aufgaben.

Aufg.	Punkte	Korrekteur
1		
2		
3		
Σ		—

Aufgabe 1: (2 + 2 + 3 Punkte)

Gegeben ist die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = y \cdot (x - 1).$$

- Berechnen Sie den Gradienten und die Hessematrix von f .
- Berechnen und klassifizieren Sie alle stationären Punkte von f .
- Zeigen Sie, dass in $(x_0, y_0)^T = (-2, \sqrt{6})^T$ ein lokales Minimum der Funktion f unter der Nebenbedingung

$$g(x, y) = x^2 + y^2 - 10 = 0.$$

vorliegt.

Aufgabe 2: (2 + 3 + 3 Punkte)

Seien für $\mathbf{x} = (x, y) \in \mathbb{R}^2$ die Funktionen

$$\mathbf{f}(x, y) = \begin{pmatrix} 2x + 3x^2y^3 + 1 \\ 2y + 3x^3y^2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{g}(x, y) = \begin{pmatrix} xy - y \\ x + y^2 \end{pmatrix}$$

gegeben.

- Berechnen Sie die Rotationen $\text{rot } \mathbf{f}$ und $\text{rot } \mathbf{g}$.
- Überprüfen Sie für beide Vektorfelder \mathbf{f} und \mathbf{g} , ob diese ein Potential besitzen und berechnen Sie gegebenenfalls ein solches.
- Berechnen Sie die beiden Kurvenintegrale $\int_{\mathbf{c}} \mathbf{f} d\mathbf{x}$ und $\int_{\mathbf{c}} \mathbf{g} d\mathbf{x}$, wobei die Kurve \mathbf{c} gegeben ist durch

$$\mathbf{c}(t) = (\cos(t), \sin(t))^T, \quad t \in [0, \pi].$$

Aufgabe 3: (5 Punkte)

Gegeben sei der Körper

$$P \subset \mathbb{R}^3, \quad P = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : 0 \leq z \leq 1, 0 \leq x^2 + y^2 \leq z \right\}$$

mit der Dichte $\rho(x, y, z) = (1 - x^2 - y^2) \cdot (1 - z)$.

Berechnen Sie die Masse von P .

Viel Erfolg!