Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2014/15**
Prof. Dr. Armin Iske, Dr. Hanna Peywand Kiani

Analysis III
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 5, Hausaufgaben

Aufgabe 1: (Klausur 2012/13, Oberle, Kiani)

Gesucht seien die Extrema der Funktion

$$f(x,y) \;=\; 2\,\ln\left(\frac{x}{y}\right) \,+\, x \,+\, 5y$$

unter der Nebenbedingung

$$g(x,y) \;=\; x\,y \,-\, 1 \,=\, 0.$$

a) Zeigen Sie, dass $(x_0,y_0)^T \;=\; (1,1)^T$ ein zulässiger, stationärer Punkt der Lagrange–Funktion $F \,=\, f \,+\, \lambda\, g$ ist und überprüfen Sie die Regularitätsbedingung im Punkt $(x_0,y_0)^T \;=\; (1,1)^T$.

b) Untersuchen Sie den stationären Punkt $(x_0,y_0)^T \;=\; (1,1)^T$ auf seinen Typ hin. Stellen Sie dazu die Hesse–Matrix $\nabla^2 F(x_0,y_0;\lambda)$ auf und überprüfen Sie deren Definitheit auf dem Tangentialraum $T_g(x_0,y_0)$.

Aufgabe 2: Berechnen Sie die folgenden Integrale und skizzieren Sie die Integrationsbereiche.

a)
$$\int\!\!\int_{D_1} x\cdot y\, d(x,y) \quad \text{mit } D_1 \,=\, [0,2]\times[1,4]\,.$$

b)
$$\int\!\!\int_{D_2} 1\, d(x,y) \quad \text{mit } D_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \;:\; |x| \,\leq\, 1,\; |y| \,\leq\, |1-\sqrt{|x|}\,| \right\}$$

c)
$$\int\!\!\int_{D_3} (x+3y+2)\, d(x,y) \quad \text{wobei } D_1 \text{ das Dreieck mit den Ecken (1,0), (4,1), (4,3) ist.}$$

Abgabetermine: 15.12.-19.12.2014 oder 12.01-16.01.2015