Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2012/13**
Prof. Dr. H. J. Oberle
Dr. H. P. Kiani

Analysis III
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 4, Hausaufgaben

Aufgabe 1: Durch die Relation

$$g(x,y) \;=\; x^4 \,+\, 3y^4 \,+\, 16xy = \; 0$$

ist eine Kurve im $\mathbb{R}^2$ implizit gegeben.

Bestimmen Sie die Symmetrien dieser Kurve, die singulären Punkte (mit Klassifikation) und die Kurvenpunkte mit horizontaler bzw. vertikaler Tangente.

Skizzieren Sie die Kurve (z.B. mittels MATLAB).

Aufgabe 2: Gegeben sei $F(x,y) := 4x^2y + 8x^4y^3 - 12 = 0\,.$

a) Zeigen Sie mit Hilfe des Satzes über implizite Funktionen, dass $F(x,y)$ in der Nähe von $(x_0,y_0)^T := (1,1)^T$ nach y aufgelöst werden kann. Das heißt, dass es eine Funktion $g(x)$ mit $g(1) = 1$ gibt, so dass in geeigneten Umgebungen von x_0 bzw. y_0 folgende Äquivalenz gilt
$$F(x,y) = 0 \iff y = g(x)\,.$$

b) Berechnen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades der Funktion g aus Teil a) zum Entwicklungspunkt $x_0 = 1$. *(Hinweis : implizite Differentiation)*

c) Skizzieren Sie T_1, T_2 und g für $x \in [0.5, 1.5]$. Letzteres kann man in Matlab wie folgt erreichen:

Nach geeigneter Definition von x und y

```
z=4*x.^2.*y+8*x.^4.*y.^3-12 ;
contour(x,y,z,[0 0])
```

Abgabetermine: 03.12.-07.12.2012