Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2012/13**
Prof. Dr. H. J. Oberle
Dr. H. P. Kiani

Analysis III
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 2, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

Gegeben seien die folgenden Geschwindigkeitsfelder $\boldsymbol{u} = (u(x,y), v(x,y))^{\mathrm{T}}$ zweidimensionaler Strömungen. Es gelte $r = \sqrt{x^2+y^2}$ sowie $\epsilon \in \mathbb{R}^+$.

a) $u = \epsilon x, \quad v = \epsilon y$

b) $u = \epsilon \dfrac{x}{r^2}, \quad v = \epsilon \dfrac{y}{r^2}, \ (x,y) \neq (0,0)$ (isolierte Quelle)

c) $u = \epsilon \dfrac{-y}{r^2}, \quad v = \epsilon \dfrac{x}{r^2}, \ (x,y) \neq (0,0)$ (isolierter Wirbel)

Berechnen Sie die Quelldichte $\operatorname{div} \boldsymbol{u}$ und die Wirbeldichte $\operatorname{rot} \boldsymbol{u} := v_x - u_y$. Skizzieren Sie die Vektorfelder und einige zugehörige Stromlinien (das sind die Lösungen des Differentialgleichungssystems $\dot{x} = u, \ \dot{y} = v$ bzw. der Differentialgleichung $y'(x) = v(x,y)/u(x,y)$).

Aufgabe 2: Es sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \ \alpha > 0$ gegeben durch $f(x,y) := \begin{cases} \frac{(xy)^\alpha}{x^2+y^2}, & xy > 0 \\ 0, & xy \leq 0 \end{cases}$

a) Für welche $\alpha \in \mathbb{R}^+$ ist f partiell differenzierbar , aber nicht stetig in $(0,0)$.

b) Für welche $\alpha \in \mathbb{R}^+$ ist f stetig und partiell differenzierbar , aber nicht differenzierbar in $(0,0)$.

Hinweis zur Untersuchung der Stetigkeit bzw. Differenzierbarkeit: Polarkoordinaten!

Abgabetermine: 05.11.-09.11.2012