Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2011/12**
Prof. Dr. J. Struckmeier
Dr. K. Rothe

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 7

Aufgabe 25:

Man verifiziere den Satz von Green für das Vektorfeld

$$\boldsymbol{f}(x, y) = (-xy - 2y, 2x + 4y^2)^T$$

und das durch die Kurve $x^2 + 4y^2 = 4$ eingeschlossene Gebiet E.

Aufgabe 26:

Gegeben sei die Teilfläche eines parabolischen Zylinders

$$N = \left\{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid -1 \le y \le x \le 1\,,\ z = 1 - x^2\right\}\ .$$

a) Man zeichne N,

b) parametrisiere N und

c) berechne den Flächeninhalt von N.

Aufgabe 27:

Gegeben seien der Körper

$$E = \left\{ (x,y,z)^T \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x^2 + \frac{y^2}{4} + z^2 \leq 16 \,,\; 0 \leq y, z \right\}$$

und das Vektorfeld

$$\boldsymbol{f}\,(x,y,z) = \left(x^3, \frac{y^3}{4}, z^3 \right)^T \; .$$

a) Man skizziere E.

b) Der Rand von E ist beschreibbar durch zwei ebene Flächenstücke B und F und ein nichtebenes Flächenstück S.

Man gebe Parametrisierungen für die beiden ebenen Randflächenstücke B und F an.

c) Man berechne jeweils den Fluss von $\boldsymbol{f}$ durch die beiden ebenen Randflächenstücke B und F.

d) Man berechne das Volumenintegral $\displaystyle\int_E \operatorname{div} \boldsymbol{f}\,(x,y,z)\, d(x,y,z)$.

e) Man bestimme den Fluss durch das nichtebene Flächenstück S.

Aufgabe 28:

Gegeben seien das Geschwindigkeitsfeld $\boldsymbol{v}\,(x,y,z) = (x^3, 2xz, xy)^T$ einer Strömung sowie die Fläche

$$F = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x^2 + y^2 \leq 9 \quad \wedge \quad z = x^2 + y^2 \right\} .$$

a) Man zeichne die Fläche F.

b) Man berechne auf F das Integral über alle Wirbelstärken $\displaystyle\int_F \operatorname{rot}\, \boldsymbol{v}\,(\,\boldsymbol{x}\,)\, do$.

c) Man berechne die Zirkulation $\displaystyle\oint_{\partial F} \boldsymbol{v}\,(\,\boldsymbol{x}\,)\, d\boldsymbol{x}$ von $\boldsymbol{v}$ längs der Randkurve ∂F von F und bestätige damit den Integralsatz von Stokes im $\mathbb{R}^3$.

Abgabetermin: 30.1. - 3.2. (zu Beginn der Übung)