Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2011/12**
Prof. Dr. J. Struckmeier
Dr. K. Rothe

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 5:

a) Man berechne div $\boldsymbol{f}$ und rot $\boldsymbol{f}$ für das Vektorfeld

$$\boldsymbol{f}\,(x,y,z) = (ye^{xy} + z\cos x, xe^{xy} + z^2, \sin x + 2yz)^T\,.$$

b) Gegeben sei das Vektorfeld

$$\boldsymbol{g}\,(x,y) = (u(x,y), v(x,y))^T = (x,-y)^T\,.$$

(i) Man berechne div $\boldsymbol{g}$ und rot $\boldsymbol{g}$ und

(ii) skizziere das Vektorfeld und einige Stromlinien in $[-1,1]\times[-1,1]$.

Aufgabe 6:

Man berechne für die Funktion $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ mit $f(x,y)=xy$ im Punkt (x_0,y_0) die Ableitung in Richtung $\boldsymbol{h} = (h_1,h_2)^T$. Welchen Anstieg besitzt die Funktion im Punkt $(x_0,y_0)=(1,-1)$ in den durch die Gerade $3y-5x=7$ gegebenen Richtungen.

Aufgabe 7:

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3y^2}{x^4+y^4} & \text{, falls } \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{, falls } \quad (x,y) = (0,0)\,. \end{cases}$$

a) Man zeichne die Funktion im Bereich $[-1,1] \times [-1,1]$.

b) Man berechne für f im Punkt $(x_0, y_0) = (0,0)$ alle Richtungsableitungen.

c) Man überprüfe, ob f im Punkt $(x_0, y_0) = (0,0)$ (vollständig) differenzierbar ist.

Aufgabe 8:

Man berechne die Jacobi-Matrix unter Verwendung der Kettenregel und direkt:

a)

$$\boldsymbol{f} : \mathbb{R}^2 \xrightarrow{\boldsymbol{f}_1} \mathbb{R}^2 \xrightarrow{\boldsymbol{f}_2} \mathbb{R}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} r = ye^x \\ s = x^3 \end{pmatrix} \mapsto r\cos(s^2)\,.$$

b)

$$\boldsymbol{g} : \mathbb{R}^3 \xrightarrow{\boldsymbol{g}_1} \mathbb{R}^2 \xrightarrow{\boldsymbol{g}_2} \mathbb{R}^3$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} u = \sin(2yz) \\ v = x^2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2v - 3u \\ e^{2u+v} \\ u^3 v \end{pmatrix}.$$

Abgabetermin: 7.11. - 11.11. (zu Beginn der Übung)