Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2011/12**
Prof. Dr. J. Struckmeier
Dr. K. Rothe

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1:

Man berechne die Gradienten für folgende Funktionen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

a) $f(x,y) = x^2 + 4y^2$, b) $f(x,y) = x^2 - 4y$, c) $f(x,y) = x^2 - 4y^2$,
d) $f(x,y) = x - 4y$

und zeichne ein Bild im Bereich $[-2,2] \times [-2,2]$, auf dem verschiedene Höhenlinien der Funktion angegeben sind. Dies sind Linien, für die $f(x,y) = c$ mit $c \in \mathbb{R}$ gilt.

Aufgabe 2:

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = x^2 - 4y$.

a) Man berechne von f alle partiellen Ableitungen bis zur 3. Ordnung.

b) Man zeichne die Funktion im Bereich $[-2,2] \times [-2,2]$.

c) Man bestimme die Tangentialebene für das gegebene f im Punkt $(x_0, y_0) = (2,0)$.

d) Man gebe eine Parameterdarstellung der Höhenlinie von f an, die durch den Punkt $(2,0)$ läuft.

e) Man berechne den Winkel α zwischen $\operatorname{grad} f(2,0)$ und der Tangentialrichtung der Höhenlinie von f im Punkt $(2,0)$.

Aufgabe 3:

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y^2}{x^4 + y^2} & \text{, falls } (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & \text{, falls } (x,y) = (0,0) . \end{cases}$$

a) Man überprüfe, ob f im Nullpunkt stetig ist.

b) Man zeichne die Funktion im Bereich $[-5,5] \times [-20,20]$.

c) Man berechne die ersten partiellen Ableitungen von f und

d) überprüfe, ob diese im Nullpunkt stetig sind.

Aufgabe 4:

a) Man zeige, dass die Wärmeleitungsgleichung $u_t = \Delta u$ für zwei Ortsvariable von der Funktion

$$u(x,y,t) = \sin(x)\sin(2y)e^{-5t}$$

gelöst wird.

b) Man zeige, dass mit $n \in \mathbb{N}$ die Funktion

$$u(x,y) = (\sin(nx) + 2\cos(nx))\sinh(ny)$$

die Laplace-Gleichung $\Delta u = 0$ löst.

Abgabetermin: 24.10. - 28.10. (zu Beginn der Übung)