Department Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2008/2009**
Prof. Dr. M. Hinze
Dr. H. P. Kiani

Analysis III
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 4

Aufgabe 1: [10 Punkte]
Bestimmen Sie eine polynomiale Approximation der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(\boldsymbol{x}) = \sin(x_1+x_2)+\cos(x_1+\sin(x_2))$, die für alle (x_1, x_2) mit $\|\boldsymbol{x}\|_\infty \le 0.1$ betragsmäßig höchstens um 0.01 von f abweicht.

Aufgabe 2: [4+3+3 Punkte]

a) Berechnen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades von

$$f(x, y, z) = 2 + xz + y^2 + e^x y^2 \cos(z)$$

mit dem Entwicklungspunkt $(x_0, y_0, z_0)^T := (0, 1, \pi)^T$.

b) (i) Bestimmen Sie eine Näherung für ein lokales Minimum der Funktion

$$f : [-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}] \times [-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}] \to \mathbb{R}$$
$$f(x, y) = 8\cos(x + y) + \sin(x - y) + 12xy + 11x^2 + 8y^2,$$

indem Sie ein Minimum des Taylorpolynoms zweiten Grades T_2 von f mit dem Entwicklungspunkt $(x_0, y_0)^T = (0, 0)^T$ berechnen.

(ii) Zeigen Sie mit Hilfe von Teil i), dass der minimale Wert von f auf dem dort angegebenem Definitionsbereich nicht kleiner als 7,5 sein kann.

Aufgabe 3: [3+4+3 Punkte] Bestimmen Sie die stationären Punkte der folgenden Funktionen und prüfen Sie, ob diese Minima, Maxima oder Sattelpunkte sind:

a) $h(x, y) := x^3 + y^3 - 3xy$,

b) $f(x, y, z) := x^2 + y^2 + z^2 - 2xz - 2yz - \dfrac{z^4}{2}$, [Klausur 2003]

c) $g(x, y) := \frac{e^{-x^2-y^2}}{1+x^2+y^2}$.

Aufgabe 4: Gegeben sei die Funktion

$g : \{(x, y)|\; x^2 + y^2 \leq 1\} \to \mathbb{R}\,,\; g(x, y) := 2x^3 - 3xy^2\,.$

Ermitteln Sie die stationären Punkte von g, prüfen Sie, ob diese Minima, Maxima oder Sattelpunkte sind [**5 Punkte**],

und bestimmen Sie die globalen Maxima und Minima von g. [**5 Punkte**]

Hinweis: Geht ohne Multiplikatoren. Gefragt ist nur nach stationären Punkten und globalen Extrema, nicht nach der Klassifikation der lokalen Extrema

Abgabetermine: 08.12. – 12.12.2008