Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2007/08**
Prof. Dr. A. Iske
Dr. K. Rothe

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5

Aufgabe 17:

Zur Bestimmung eines Extremums der Funktion

$$f(x, y) := (x + y)^2 + \cosh(x) + \cos(y + 1)$$

soll das Newton-Verfahren auf die Funktion $\boldsymbol{F}(x, y) = \nabla f(x, y)$ angewendet werden.

a) Man berechne $\boldsymbol{F}(x, y)$ und die Jacobi-Matrix $\boldsymbol{J}\,\boldsymbol{F}(x, y)$.

b) Man stelle das Newton-Verfahren auf.

c) Man schreibe ein MATLAB-Programm zur numerischen Durchführung des Newton-Verfahrens unter Verwendung der MATLAB-Routine 'linsolve'.

d) Ausgehend vom Startvektor $(x_0, y_0) = (0, 0)$ berechne man damit eine Lösung auf zehn Stellen genau.

e) Man klassifiziere den berechneten stationären Punkt und erstelle einen Höhenlinienplot mit Hilfe der MATLAB-Routine 'ezcontour'.

Aufgabe 18:

Mit $Q := [1, 2] \times [0, 2]$ berechne man für die Funktion

$$f : Q \to \mathbb{R}\,, \quad f(x, y) = x - 2y + 3$$

a) Riemannsche Unter- und Obersumme zu folgender Zerlegung Z von Q

$$Q_{i,j} = [1 + (i - 1)/n, 1 + i/n] \times [2(j - 1)/n, 2j/n]\,,\ i, j = 1, \ldots, n$$

b) und das Integral von f über Q nach dem Satz von Fubini.

Aufgabe 19:

Man berechne die folgenden Integrale:

a) $\displaystyle\int_0^2\int_0^1 x^2-3y+1\,dx\,dy$ und $\displaystyle\int_0^1\int_0^2 x^2-3y+1\,dy\,dx\,,$

b) $\displaystyle\int_2^3\int_0^1 \frac{y-x-2}{xy-x+y-1}\,dx\,dy$ und $\displaystyle\int_0^1\int_2^3 \frac{y-x-2}{xy-x+y-1}\,dy\,dx\,,$

c) $\displaystyle\int_Q \sin(x+y)\,d(x,y)$ mit $Q=[0,\pi/2]\times[\pi/2,\pi]\,,$

d) $\displaystyle\int_D \frac{4xy}{y^2+1}\,d(x,y)$ mit $D=[-1,0]\times[1,\sqrt{3}]\,,$

e) $\displaystyle\int_B \sin y+zx^2\,d(x,y,z)$ mit $B=[0,1]\times[0,\pi/2]\times[0,2]\,.$

Aufgabe 20:

Man beschreibe die folgenden Mengen durch Normalbereiche:

a) das durch die Punkte $(1,2)$, $(2,1)$ und $(3,3)$ beschriebene Dreieck $D\,,$

b) die durch $||\,\boldsymbol{x}\,||_1\le 2$ mit $\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^2$ gegebene Raute $R\,,$

c) die von der Höhenline $(x^2+y^2)^2-x^2+y^2=0$ eingeschlossene Lemniskate L und

d) das durch $x^2+4y^2+9z^2\le 1$ gegebene Ellipsoid $E\,.$

Abgabetermin: 7.1. - 11.1.2008 (zu Beginn der Übung)