Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2007/08**
Prof. Dr. A. Iske
Dr. K. Rothe

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4

Aufgabe 13:

Man bestimme für die folgenden implizit definierten Kurven die regulären Punkte mit vertikaler Tangente, die Symmetrien, klassifiziere die singulären Punkte und zeichne die Kurven.

a) $f(x,y) := (x^2+y^2)^2 - x^3 = 0$ „Ovoid“

b) $g(x,y) := x^3 + 3(x+1)(y^2 - xy) = 0$ „defekte Hyperbel“

Aufgabe 14:

Gegeben sei die Funktion $h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit

$$h(x,y,z) = z^2 - x^2 - y^2 + 2x + 4y - 6z + 4\,.$$

a) Man überprüfe, ob die Niveaumenge $h(x,y,z) = c$, die durch den Punkt $(1,2,2)$ festgelegt wird, in der Umgebung dieses Punktes eine glatte Fläche bildet.

b) Man löse obige Gleichung gegebenenfalls nach einer der Variablen auf, um die Fläche explizit anzugeben.

c) Man gebe im Punkt $(1,2,2)$ die Tangentialebene bezüglich der Fläche aus a) in Parameterform an.

d) Man zeichne die Fläche mit Tangentialebene.

Aufgabe 15:

Man berechne und klassifiziere die Extremwerte der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = x^2 + y^2$ auf der Ellipse $x^2 + 4y^2 = 4$

a) unter Verwendung der Lagrangeschen Multiplikatorenregel und

b) über Parametrisierung des Ellipse durch $\mathbf{c}$ und anschließendes Lösen der Extremalaufgabe in $h(t) := f(\mathbf{c}(t))$.

Aufgabe 16:

Für die Funktion $f(x, y, z) := 3y^2 - 2z$ bestimme und klassifiziere man die Extrema auf dem Schnitt des Zylinders $x^2 + y^2 = 1$ mit dem Hyperboloid $x^2 + 4y^2 - z^2 = 3$.

Abgabetermin: 10.12. - 14.12. (zu Beginn der Übung)