Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2007/08**
Prof. Dr. A. Iske
Dr. K. Rothe

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1:

Man berechne die Gradienten für folgende Funktionen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

a) $f(x,y) = x^2+4y^2$, b) $f(x,y) = x^2-4y$, c) $f(x,y) = x^2-4y^2$, d) $f(x,y) = x-4y$

und zeichne ein Bild im Bereich $[-2,2]\times[-2,2]$ mit Hilfe der MATLAB-Routine 'ezcontour', auf dem verschiedene Höhenlinien der Funktion angegeben sind. Dies sind Linien, für die $f(x,y) = c$ mit $c \in \mathbb{R}$ gilt.

Aufgabe 2:

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = x^2 - 4y$.

a) Man berechne von f alle partiellen Ableitungen bis zur 3. Ordnung.

b) Man zeichne die Funktion im Bereich $[-2,2]\times[-2,2]$ mit Hilfe der MATLAB-Routine 'ezsurf'.

c) Die Tangentialebene an den Graphen einer differenzierbaren Funktion f im Punkt $(x_0,y_0) \in D \subset \mathbb{R}^2$ lautet

$$z = f(x_0,y_0) + f_x(x_0,y_0)(x-x_0) + f_y(x_0,y_0)(y-y_0).$$

Man bestimme die Tangentialebene für das gegebene f im Punkt $(x_0,y_0) = (2,0)$.

d) Man gebe eine Parameterdarstellung der Höhenlinie von f an, die durch den Punkt $(2,0)$ läuft.

e) Man berechne den Winkel α zwischen $\operatorname{grad} f(2,0)$ und der Tangentialrichtung der Höhenlinie von f im Punkt $(2,0)$.

Aufgabe 3:

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \begin{cases} xy \arctan \dfrac{1}{y} & \text{, falls } \; y \neq 0 \\ 0 & \text{, falls } \; y = 0\,. \end{cases}$$

a) Man zeichne die Funktion im Bereich $[-1,1] \times [-10,10]$ mit Hilfe der MATLAB-Routine 'ezsurf'.

b) Man überprüfe, ob f in $\mathbb{R}^2$ stetig ist.

c) Man berechne die ersten partiellen Ableitungen von f in $\mathbb{R}^2$

d) und überprüfe, ob diese dort stetig sind.

Aufgabe 4:

a) Man zeige, dass die Wärmeleitungsgleichung $u_t = u_{xx}$ für eine Ortsvariable von der Funktion

$$u(x,t) = (a \sin(x) + b \cos(x)) \cdot e^{-t}$$

mit Konstanten $a, b \in \mathbb{R}$ gelöst wird.

b) Man zeige, dass die Funktion

$$u(x,y) = \cosh(x) \cdot \sin(y) + x^2$$

die Poisson-Gleichung $\Delta u = 2$ löst.

Abgabetermin: 29.10. - 2.11. (zu Beginn der Übung)