

Klausur Mathematik II
(Modul: Analysis II)
3. September 2020

Sie haben 60 Minuten Zeit zum Bearbeiten der Klausur.

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein. Diese Eintragungen werden auf Datenträger gespeichert.

Name:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Studiengang:

AI	BU	BVT	ET	EUT	IN/IIW	LM	MB	MTB/MEC	OS	SB	VT	
----	----	-----	----	-----	--------	----	----	---------	----	----	----	--

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

Unterschrift:

Aufg.	Punkte	Korrekteur
1		
2		
3		
4		

$\Sigma =$

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(x)}{x^2}, & x \neq 0, \\ \frac{1}{2} & x = 0. \end{cases}$$

- a) Bestimmen Sie die Potenzreihenentwicklung der Funktion $f(x)$ zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.
- b) Wie lautet demnach das Taylorpolynom zweiten Grades zur Funktion f mit dem Entwicklungspunkt $x_0 = 0$?

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Gegeben sind folgende Daten einer dreimal stetig differenzierbaren Funktion $g : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto y = g(x)$.

x_k	0	1	3
$g(x_k) = y_k$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$

- a) Berechnen Sie das Interpolationspolynom p_2 zweiten Grades der Funktion g zu den gegebenen Daten.
- b) Es sei bekannt, dass $|g'''(x)| \leq \frac{1}{4}$ für alle $x \in [0, 3]$ gilt. Zeigen Sie, dass folgende Ungleichung für den Interpolationsfehler im Punkt $x = 2$ gilt:

$$|g(2) - p_2(2)| \leq \frac{1}{12}.$$

- c) Zeigen Sie, dass unter den obigen Voraussetzungen $g(2)$ im Intervall $[\frac{3}{12}, \frac{5}{12}]$ liegt.

Aufgabe 3: (5 Punkte)

Hinweis: Alle Integrale sind elementar zu berechnen. Es dürfen nur die Stammfunktionen aus der Vorlesung und Hörsaalübung verwendet werden. Weitere Stammfunktionen aus Formelsammlungen etc. dürfen nicht verwendet werden.

Berechnen Sie $\int_0^{\frac{1}{2}} (3x^2 + 4x + 5) \cdot \sin(\pi x) dx$.

Aufgabe 4: (6 Punkte)

Hinweis: Alle Integrale sind elementar zu berechnen. Es dürfen nur die Stammfunktionen aus der Vorlesung und Hörsaalübung verwendet werden. Weitere Stammfunktionen aus Formelsammlungen etc. dürfen nicht verwendet werden.

Gegeben ist die Kurve

$$\mathbf{c} : [\sqrt{3}, \sqrt{8}] \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad \mathbf{c}(t) := (3t^2, 2t^3)^T .$$

a) Berechnen Sie die Länge der Kurve.

b) Berechnen Sie für $f : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$, $f(x, y) := \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{3y}{2x}\right)^2}}$ das

Integral von f längs \mathbf{c} .

