Buch Kap. 2.13 – Integration rationaler Funktionen

Satz 2.31: Das Polynom $q(x) = \sum_{j=0}^{m} a_j x^j$ mit $deg\, q = m$ (deg steht für Grad (engl. degree)) und ausschließlich reellen Koeffizienten $a_0, \ldots, a_m$ besitze r reelle Nullstellen $x_1, \ldots, x_r$ mit Vielfachheiten $m_1, \ldots, m_r$ und s komplexe Nullstellenpaare $(w_1, \overline{w_1}), \ldots, (w_s, \overline{w_s})$ mit Vielfachheiten $n_1, \ldots, n_s$.
Dann kann q in lineare und quadratische Faktoren mit reellen Koeffizienten zerlegt werden. Es gilt die Zerlegungsformel

$$q(x) = a_m \prod_{k=1}^{r} (x - x_k)^{m_k} \prod_{j=1}^{s} (x^2 + p_j x + q_j)^{n_j},$$

$$\text{mit } p_j = 2Re\, w_j,\ \ q_j = |w_j|^2 \text{ und } \sum_{k=1}^{r} m_k + 2\sum_{j=1}^{s} n_j = m.$$

Buch Kapitel 2 – Partialbruchzerlegung

Satz 2.32:(reelle Partialbruchzerlegung)
Seien $p_n(x)$ und $q_m(x)$ Polynome mit reellen Koeffizienten, $deg\ p_n = n$, $deg\ q_m = m$ und $n < m$. Auf der Grundlage der Faktorenzerlegung des Nennerpolynoms $q_m(x)$ aus Satz 2.31 gibt es für die echt gebrochen rationale Funktion

$$r(x) = \frac{p_n(x)}{q_m(x)}$$

genau eine Zerlegung in Partialbrüche der Form

$$r(x) = \sum_{k=1}^{r} \sum_{j=1}^{m_k} \frac{a_{kj}}{(x - x_k)^j} + \sum_{k=1}^{s} \sum_{j=1}^{n_k} \frac{b_{kj} x + c_{kj}}{(x^2 + p_k x + q_k)^j}.$$

Buch Kap. 2.13 – Schritte Partialbruchzerlegung

1) **Eventuell eine durchzuführende Polynomdivision zur Erzeugung einer echt gebrochen rationalen Funktion,**

2) **Bestimmung der Nullstellen des Nennerpolynoms bzw. der Zerlegung in lineare und/oder quadratische Faktoren,**

3) **Aufstellung des Ansatzes für die Partialbrüche,**

4) **Bestimmung der Koeffizienten.**