

## Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 5

#### Aufgabe 17:

Man untersuche die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz (ohne sie zu berechnen)

$$\text{a) } \int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x^3 + x^2} dx, \quad \text{b) } \int_0^{\infty} \frac{x+2}{\sqrt{x^3+8}} dx, \quad \text{c) } \int_0^1 \frac{e^x - 1}{x^{5/4}} dx.$$

#### Aufgabe 18:

Man berechne die folgenden uneigentlichen Integrale bzw. deren Cauchyschen Hauptwerte, falls diese existieren:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \int_1^9 \frac{4}{(x-1)^{2/3}} dx, & \text{b) } & \int_{-\infty}^0 (x^2+1)e^x dx, \\ \text{c) } & \int_0^3 \frac{dx}{x-2}, & \text{d) } & \int_{-1}^1 \frac{dx}{|x|^{3/2}}. \end{aligned}$$

**Aufgabe 19:**

- a) Man berechne die Mantelfläche des Rotationskörpers, wenn der Funktionsgraph von  $f(x) = x$  mit  $2 \leq x \leq 3$  um die  $x$ -Achse rotiert.
- b) Man berechne das Volumen des Rotationskörpers, wenn der Funktionsgraph von  $f(x) = (x - 1)^2$  mit  $1 \leq x \leq 2$  um die  $x$ -Achse rotiert und skizziere den Rotationskörper.
- c) Gegeben sei die Funktion  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = e^x$ .
- (i) Man skizziere den Rotationskörper, wenn der Funktionsgraph von  $f$  um die  $y$ -Achse rotiert.
- (ii) Man berechne das unbestimmte Integral  $\int (\ln y)^2 dy$  unter Verwendung der Substitution  $x = \ln y$ .
- (iii) Man berechne das Volumen des Rotationskörpers, wenn der Funktionsgraph von  $f$  um die  $y$ -Achse rotiert.

**Aufgabe 20:**

Man berechne die Bogenlängen der folgenden Kurven  $\mathbf{c}$  mit

$$\text{a) } \mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} e^{t/3} \cos t \\ e^{t/3} \sin t \end{pmatrix}, t \in [0, 3\pi], \quad \text{b) } \mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} t \cos t \\ t \sin t \\ t \end{pmatrix}, t \in [0, 9\pi].$$

und zeichne die Kurven.

**Abgabetermin:** 15.6. - 19.6.15 (zu Beginn der Übung)