

Analysis II

Michael Hinze
(zusammen mit Peywand Kiani)

Department Mathematik
Schwerpunkt Optimierung und Approximation, Universität Hamburg



Universität Hamburg

26. Mai 2008

Beachtungswertes

- ▶ Die Veranstaltung ist eng angelehnt an das Buch **Höhere Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler** von Prof. Dr. Günter Bärwolff, Spektrum Akademischer Verlag, ASIN/ISBN: 3827414369.
- ▶ Übungsaufgaben → <http://www.math.uni-hamburg.de/teaching/export/tuhh/cm/a2/08/index.html>
- ▶ Besuch der Übungsgruppen gründlich vorbereiten!!
- ▶ Übungshefte: **Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler**, H. Wenzel / G. Heinrich, ab 4ter Auflage, gibt es bei Teubner Stuttgart/Leipzig.
- ▶ Als Formelsammlung empfehlen wir: **Formeln und Fakten im Grundkurs Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler**, Klaus Veters, 3. Auflage, Teubner 2001.

Übungsaufgaben für die kommenden beiden Wochen

**Siehe WWW Seiten der Veranstaltung:
<http://www.math.uni-hamburg.de/teaching/export/tuhh/cm/a2/08/index.html>**

Definition 5.14: (Bogenlänge)

Sei $\gamma : [t_a, t_e] \rightarrow \mathbb{R}^n$ eine reguläre Kurve.

$$s(t) := \int_{t_a}^t \|\dot{\gamma}(t)\| dt$$

bezeichnen wir als Bogenlänge des Kurvenstücks über $[t_a, t]$.

Defintion 7.7: (Skalares Kurvenintegral einer Funktion)

Eine Funktion $f : \mathbb{R}^n \supset \gamma([t_a, t_e]) \rightarrow \mathbb{R}$ sei auf allen Punkten einer Kurve $\gamma : [t_a, t_e] \rightarrow \mathbb{R}^n$ stetig. Dann heißt

$$\int_{\gamma} f \, ds := \int_{t_a}^{t_e} f(\gamma(t)) \|\dot{\gamma}(t)\| \, dt$$

skalares Kurvenintegral der Funktion f (bzw. Kurvenintegral erster Art).

Schritte zur Berechnung des skalaren Kurvenintegrals einer Funktion

- 1) Falls nicht gegeben, Parametrisierung der Kurve

$$\gamma : [t_a, t_e] \rightarrow \mathbb{R}^n$$

- 2) Berechnung der Funktionswerte $f(\gamma(t))$ der Belegungsfunktion

- 3) Berechnung von $\|\dot{\gamma}(t)\|$

- 4) Berechnung des Kurvenintegrals

$$\int_{\gamma} \mathbf{f} \, ds = \int_{t_a}^{t_e} f(\gamma(t)) \|\dot{\gamma}(t)\| \, dt.$$

Satz 7.1:(Rechenregeln für Kurvenintegrale und Mittelwertsatz)

Sei γ eine Kurve und $f, g : \mathbb{R}^n \supset \gamma([t_a, t_e]) \rightarrow \mathbb{R}$ stetige Funktionen und $\alpha \in \mathbb{R}$. Dann gelten die Regeln

- (i) $\int_{\gamma} (f + g) ds = \int_{\gamma} f ds + \int_{\gamma} g ds$ (Additivität des Integrals)
- (ii) $\int_{\gamma} \alpha f ds = \alpha \int_{\gamma} f ds$ (Homogenität des Integrals)
- (iii) $\int_{\gamma} f ds = f(\gamma(\tau)) \cdot L$ (Mittelwertsatz)

Dabei ist L die Länge der Kurve und $\gamma(\tau)$ ein geeigneter Kurvenpunkt.