

**Aufgabe 1)**

- a) Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers, der bei der Drehung des Funktionsgraphen von  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = xe^x$  um die  $x$ -Achse, zwischen der Mantelfläche und der  $x$ -Achse, entsteht.
- b) Berechnen Sie das unbestimmte Integral

$$\int \frac{5e^{2x} - 10e^x - 3}{(e^x - 3)(e^x - 1)} dx$$

mit Hilfe der Substitution  $t = e^x$ .

**Aufgabe 2)**

- a) Gegeben sei die Funktion  $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{1+x}$ .

- (i) Berechnen Sie mit Hilfe der einfachen Trapezregel ( $h = 1$ ) eine Näherung  $T(f)$  für

$$I := \int_1^2 f(x) dx.$$

- (ii) Zeigen Sie, dass

$$\max_{x \in [1, 2]} |f''(x)| \leq \frac{1}{4}$$

gilt.

- (iii) Mit Hilfe der summierten Trapezregel soll eine Näherung  $T_s(f, h)$  für

$$I = \int_1^2 f(x) dx$$

berechnet werden. Bestimmen Sie eine Schrittweite  $h$ , so dass der absolute Fehler maximal  $10^{-3}$  beträgt. Das heißt:

$$|I - T_s(f, h)| \leq 10^{-3}.$$

- b) Berechnen Sie eine Näherung für  $\arcsin(0.6)$ , indem Sie das Interpolationspolynom  $p_2$  zweiten Grades der Funktion  $g(x) = \arcsin(x)$  zu den folgenden Daten bestimmen und an der Stelle  $x = 0.6$  auswerten.

|          |   |                 |                 |
|----------|---|-----------------|-----------------|
| $x_k$    | 0 | $\frac{1}{2}$   | 1               |
| $g(x_k)$ | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{2}$ |