Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2007**
Prof. Dr. A. Iske
Dr. K. Rothe

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4

Aufgabe 13:

Gegeben sei die Funktion $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = 3x + 4$.

a) Man berechne für die äquidistante Zerlegung

$$Z_n = \left\{ -1, \frac{2-n}{n}, \frac{4-n}{n}, \frac{6-n}{n}, \cdots, 1 \right\}$$

des Intervalls $I = [-1, 1]$ Unter- und Obersumme, also $U_f(Z_n)$ und $O_f(Z_n)$, zu f.

b) Man weise die Integrierbarkeit von f nach.

c) Man berechne $\int\limits_{-1}^{1} 3x + 4\,dx$ über den Hauptsatz.

d) Man schreibe ein MATLAB Programm zur näherungsweisen Integralauswertung durch die zusammengesetzte Mittelpunktsregel mit $h = (b-a)/n$, $x_i = a + i \cdot h$ und $i = 0, 1, \ldots, n$:

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx \approx M(h) := \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i + h/2) \cdot h$$

und teste dies am obigen Beispiel für $n = 1000$. Warum gilt

$$U_f(Z_n) \le M(h) \le O_f(Z_n)?$$

Aufgabe 14:

Man berechne

a) den Flächeninhalt F_1, der durch die Teilmenge $M_1 = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \colon x^3 \le y \le \sqrt{x}\right\}$ des $\mathbb{R}^2$ gegeben ist, sowie

b) den Flächeninhalt F_2, der Menge des $\mathbb{R}^2$, die von den Graphen der Funktionen f und g mit $f(x) = \cos x$ und $g(x) = 1 - 2x/\pi$ eingeschlossen wird.

Aufgabe 15:

Man berechne die folgenden unbestimmten Integrale

a) $\displaystyle\int \frac{z^4 - z^2 - 3}{\sqrt[3]{z}}\, dz$, b) $\displaystyle\int \frac{e^{3z}}{e^{3z} + 4}\, dz$, c) $\displaystyle\int (t-1)\cos 2t\, dt$,

d) $\displaystyle\int \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}\, dx$, e) $\displaystyle\int \cos t \sinh t\, dt$, f) $\displaystyle\int \cos y \sin y\, dy$.

Aufgabe 16:

Man berechne die folgenden bestimmten Integrale

a) $\displaystyle\int_0^1 u^3 e^u\, du$, b) $\displaystyle\int_1^2 \frac{\ln s}{s^2}\, ds$, c) $\displaystyle\int_2^3 x^2\sqrt{x-2}\, dx$,

d) $\displaystyle\int_0^{\ln 2} \frac{\sinh t}{\cosh^2 t}\, dt$, e) $\displaystyle\int_{-1/3}^{0} \frac{x^3 + x^2}{3x+2}\, dx.$

Zusätzlich berechne man jeweils Integralnäherungen mit dem MATLAB Programm aus Aufgabe 13 für $n = 1000$.

Abgabetermin: 21.5. - 24.5. (zu Beginn der Übung)