Analysis I / Sitzung 1

Rechenregeln für $\mathbb{Q}$

Seien also $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$

$b \neq 0$ und $d \neq 0$

$ggT(a,b) = 1$, $ggT(c,d) = 1$

Dann:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm b \cdot c}{bd}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

Regeln in $\mathbb{R}$:

Sei $\mathbb{R}$ Menge der reellen Zahlen.
Dann definiert man die Abbildung

$$+ : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} : (x,y) \longmapsto x+y \quad \text{Addition}$$

$$\cdot : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} : (x,y) \longmapsto x \cdot y \quad \text{Multiplikation}$$

a) Axiome der Addition: $x, y, z \in \mathbb{R}$. Es soll gelten:

$(x+y)+z$	$= x+(y+z)$	Assoziativgesetz
$x+y$	$= y+x$	Kommutativgesetz
$x+0$	$= x$	Existenz des neutralen Elements
$x+(-x)$	$= 0$	Existenz des Negativen

b) Axiome der Multiplikation: Es soll gelten:

$(x \cdot y) \cdot z$	$= x \cdot (y \cdot z)$	Assoziativgesetz
$x \cdot y$	$= y \cdot x$	Kommutativgesetz
$x \cdot 1$	$= x$	Neutrales Element
$x \cdot (x^{-1})$	$= 1$	Existenz des Inversen

c) Distributivgesetz

$$x \cdot (y+z) = x \cdot y + x \cdot z$$

d) Zahlengerade

e) Intervalle

$[a,b] = \{x : x \in \mathbb{R},\ a \leq x \leq b\}$ geschlossen

$]a,b[= \{x : x \in \mathbb{R},\ a < x < b\}$ offen

$]a,b] = \{x : x \in \mathbb{R},\ a < x \leq b\}$ halboffen