

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Präsenzblatt 0

Aufgabe A:

a) Man multipliziere aus: $(3a + 4b)(b - a) - (3b - 2a)(a + b)$.

b) Man klammere aus: $15x^3z^2 + 15yz^2 - 3abx^3 - 3aby$.

c) Man addiere die folgenden Brüche:

$$(i) \frac{2}{3} + \frac{3}{2}, \quad (ii) \frac{5}{6} - \frac{7}{10}, \quad (iii) \frac{y}{2y+1} + \frac{y-1}{y}, \quad (iv) \frac{4}{x+1} - \frac{3x}{x^2-1}.$$

d) Durch Potenzrechengesetze vereinfache man die Terme:

$$(i) \sqrt{9x^4y^{12}} + \sqrt{(2xy^3)^4}, \quad (ii) \sqrt{9x^4y^{12} + (2xy^3)^4}.$$

e) Mit Hilfe der binomischen Formeln fasse man folgende Terme zusammen:

$$(i) x^2 + 4xy + 4y^2, \quad (ii) 16a^4 - 40a^2b^2 + 25b^4, \quad (iii) 8a^3 - 18ab^2.$$

Aufgabe B:

Was stimmt an folgenden Rechnungen nicht:

a) Für ein festes $y \in \mathbb{R}$ werde $x \in \mathbb{R}$ durch $-3x = 4y$ berechnet

$$\begin{aligned} &\Rightarrow 9x + 12y = 12x + 16y \\ &\Rightarrow 27x + 36y = 36x + 48y \\ &\Rightarrow 27x + 9x^2 + 9xy + 36y + 12xy + 12y^2 = 36x + 9x^2 + 9xy + 48y + 12xy + 12y^2 \\ &\Rightarrow 9x(3 + x + y) + 12y(3 + x + y) = 9x(4 + x + y) + 12y(4 + x + y) \\ &\Rightarrow (9x + 12y)(3 + x + y) = (9x + 12y)(4 + x + y) \\ &\Rightarrow 3 + x + y = 4 + x + y \\ &\Rightarrow 3 = 4 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}x &= -4 \\ \Rightarrow 3x^2 &= -12x \\ \Rightarrow 3x^2 + 12x + 12 &= 12 \\ \Rightarrow 3(x+2)^2 &= 12 \\ \Rightarrow x+2 &= 2 \\ \Rightarrow x &= 0\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}\log 9 &> \log 3 \\ \Rightarrow 2(\log 3) \left(\log \frac{1}{3} \right) &> (\log 3) \left(\log \frac{1}{3} \right) \\ \Rightarrow \log \frac{1}{9} &> \log \frac{1}{3} \\ \Rightarrow \log 1 - \log 9 &> \log 1 - \log 3 \\ \Rightarrow \log 3 &> \log 9\end{aligned}$$

Aufgabe C:

a) Man schreibe um in eine Summe bzw. ein Produkt:

$$(i) 7 + 12 + 17 + 22 + 27 + 32 + \cdots + 72 = \sum_{j=1}^{?} \cdots$$

$$(ii) \frac{3}{1} \cdot \frac{6}{3} \cdot \frac{9}{9} \cdot \frac{12}{27} \cdots \cdot \frac{24}{2187} = \prod_{k=0}^{?} \cdots$$

b) Man beweise direkt:

$$(i) 1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \quad \text{für } q \neq 1,$$

$$(ii) 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Aufgabe D:

a) Man gebe alle reellen Zahlen x an, für die $|3x+4| - 3 < 2x+3$ gilt.

b) Man berechne alle Lösungen $x \in \mathbb{R}$, für die gilt

$$(i) x+1 = \sqrt{(x-1)^2},$$

$$(ii) \sqrt{(x+1)^2} = x-1.$$