Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2016/17**
Prof. Dr. J. Behrens
Dr. K. Rothe

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4

Aufgabe 13:

Man untersuche die folgenden rekursiv definierten Folgen auf Konvergenz und bestimme ggf. den Grenzwert:

a) $a_1 = 1\,, \quad a_{n+1} = \dfrac{5 - 3a_n}{4}\,,$

b) $b_1 = 3,\ b_{n+1} = \dfrac{b_n^2 + 8}{6}\,,$

c) $c_1 = 2,\ c_{n+1} = \dfrac{13}{6 - c_n}\,,$

d) $d_1 = 2,\ d_{n+1} = \sqrt{6 + d_n}\,.$

Aufgabe 14:

a) Gegeben seien die folgenden Mengen:

$$D_1 \ = \ ]7, 10[\ , \quad D_2 \ = \ [-4, 4] \cup \left\{ \frac{9n}{1 - 2n} \,\middle|\, n \in \mathbb{N} \right\}\,,$$

$$D_3 \ = \ \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, 0 \leq y \leq 1 - x^2 \right\}\,.$$

Für jede Menge gebe man die Menge ihrer Häufungspunkte D' bzw. inneren Punkte D^0 an, und kläre, ob die Menge abgeschlossen oder offen ist.

b) Man berechne die folgenden Grenzwerte, falls sie existieren

(i) $\lim\limits_{x\to 0} \ln|x| - e^x$,

(ii) $\lim\limits_{x\to -1+} \dfrac{x^2-1}{\sqrt{x+1}}$,

(iii) $\lim\limits_{x\to\infty} 2x - \sqrt{4x^2+28x}$.

Aufgabe 15:

Für die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit der Abbildungsvorschrift

$$f(x) = x^4 - \frac{218}{63}x^3 - \frac{14}{3}x^2 + \frac{218}{21}x + 5$$

berechne man mit Hilfe des Intervallhalbierungsverfahrens Näherungen $\tilde{x}$ für alle Nullstellen x^* bis auf einen absoluten Fehler von $|\tilde{x} - x^*| \leq 0.001$.

Aufgabe 16:

a) Für die Funktionen mit den Abbildungsvorschriften

$$f_1(x) = \begin{cases} 2\cos x & , \quad x \leq 0 = x_0 \\ x^2+2 & , \quad 0 < x \end{cases} \quad , \quad f_2(x) = \frac{x^2+4x+3}{x^2-6x-7} \, , \quad x_0 = -1 \, ,$$

$$f_3(x) = \begin{cases} e - x & , \quad x \leq e = x_0 \\ \ln x & , \quad e < x \end{cases} \quad , \quad f_4(x) = \begin{cases} -2x^2+8x-5 & , \quad x \neq 2 \\ 1 & , \quad x = 2 = x_0 \end{cases}$$

zeichne man die Funktionsgraphen und berechne in x_0 links- und/oder rechtsseitige Grenzwerte und überprüfe damit, ob Stetigkeit oder stetige Ergänzbarkeit in x_0 vorliegt oder sich in x_0 eine Unstetigkeit beheben lässt.

b) Für die Funktion g mit

$$g(x) = \begin{cases} e^x & , \quad x \leq 0 \\ \sin(x+a) & , \quad 0 < x \end{cases}$$

bestimme man, falls dies möglich ist, $a \in \mathbb{R}$, so dass f in $x_0 = 0$ stetig wird.

Abgabetermin: 19.12. - 23.12.16 (zu Beginn der Übung)