

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1:

a) Man zeige, dass folgende Aussage eine Tautologie ist

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow \neg(A \wedge \neg B).$$

b) Man beweise: für alle $a, b \in \mathbb{R}$ gilt $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$

- (i) indirekt,
- (ii) direkt.

Aufgabe 2:

Man stelle die folgenden Mengen durch Aufzählung ihrer Elemente dar

a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^3 - 3x^2 - x + 3 \geq 0\},$

b) $B = \left\{x \in \mathbb{R} \setminus \{3\} \mid \frac{1}{(x-3)^2} + 7 = 2x\right\},$

c) $C = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{1}{27} \leq 3^x < 243\right\}.$

d) Man bilde die Mengen $A \setminus C, B \setminus C, B \cup C, A \cap C.$

Aufgabe 3:

Man beweise für alle $n \in \mathbb{N}$ durch vollständige Induktion

a)
$$\sum_{j=1}^n j^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6},$$

b)
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdots \frac{2n-1}{2n} \leq \frac{1}{\sqrt{3n+1}},$$

c) $a_n := (n-1)^3 + n^3 + (n+1)^3$ ist durch 9 teilbar.

Aufgabe 4:

a) Für die Binomialkoeffizienten mit $n, m \in \mathbb{N}$ weise man folgende Beziehungen nach:

$$\binom{n}{m} = \binom{n}{n-m}.$$

b) Man bestimme für die Zahlen 119301 und 43010 die Primfaktorzerlegung, den ggT und das kgV.

c) Man wandle die rationale Zahl r mit der periodischen Zifferndarstellung $r = 2.\overline{18}$ um in einen Bruch.

d) Man beweise indirekt, dass $\log_2 6$ irrational ist.

Abgabetermin: 7.11. - 11.11.16 (zu Beginn der Übung)