Aufgabe 1:

a) Man untersuche die rekursiv definierte Folge

$$a_1 = 14\ ,\ a_{n+1} = \sqrt{2a_n + 8}\ ,\ n \in \mathbb{N}$$

auf Konvergenz und bestimme ggf. den Grenzwert.

b) Man berechne den Wert der Reihe $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{3}{7}\right)^k$.

c) Man untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz

$$\text{(i)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n^4}{5^n}\ , \qquad \text{(ii)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{7n+1}\ .$$

Aufgabe 2:

a) Man berechne die für alle $x \in \mathbb{R}$ stetige Funktion, für die gilt

$$\begin{array}{rcll} f(0) & = & 1 & , \\ f'(x) & = & -1 & \text{für} \quad x < 1\ , \\ f'(x) & = & x & \text{für} \quad 1 < x\ , \end{array}$$

und skizziere die Funktion.

b) Man berechne den Grenzwert $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{x^3}{x - \sin x}$.

c) Man berechne das Taylor-Polynom vom Grad 2 für die durch

$$g(x) = \ln(2x + 3)$$

gegebene Funktion zum Entwicklungspunkt $x_0 = -1$ und schätze den Approximationsfehler $|g(0) - T_2\,(0; -1)|$ mit Hilfe der Restgliedformel von Lagrange nach oben ab.