Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2014/15**
Prof. Dr. T. Reis
Dr. K. Rothe

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1:

a) Man gebe für folgende Aussage die Wahrheitswerttafel an:

(i) $A \Rightarrow \neg B$,

(ii) $(B \Leftrightarrow C) \vee B$

b) Man zeige, dass folgende Aussage eine Tautologie ist:

$$((A \Leftrightarrow B) \wedge (B \Leftrightarrow C)) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \wedge (C \Rightarrow A)) .$$

Aufgabe 2:

a) Man beweise: für alle $a, b \in \mathbb{R}$ gilt $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$

(i) indirekt,

(ii) direkt.

b) Man beweise indirekt, dass $\log_2 6$ irrational ist.

Aufgabe 3:

Man stelle die folgenden Mengen durch Aufzählung ihrer Elemente dar

a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^3 - 3x^2 - x + 3 \geq 0\}$,

b) $B = \left\{x \in \mathbb{R} \setminus \{3\} \;\middle|\; \dfrac{1}{(x-3)^2} + 7 = 2x \right\}$,

c) $C = \left\{x \in \mathbb{Z} \;\middle|\; \dfrac{1}{27} \leq 3^x < 243 \right\}$.

d) Man bilde die Mengen $A \setminus C$, $B \setminus C$, $B \cup C$, $A \cap C$.

Aufgabe 4:

Gegeben seien die Mengen

a) $A = [-1, 0] \times [-1, 1]$,

b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, |x| + |y| \leq 1\}$,

c) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x^2 + y^2 \leq 1\}$.

Man stelle folgende Mengen graphisch dar: A, B, C, $A \cup C$, $A \cap C$, $C \setminus B$.

Abgabetermin: 3.11. - 7.11.14 (zu Beginn der Übung)