Aufgabe 1:

a) Man berechne den Grenzwert $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n-\dfrac{n^2}{n+3}\right)^2$.

b) Man untersuche die Reihe $\sum\limits_{k=0}^{\infty}(-1)^k\dfrac{1}{\sqrt{k^2+k+1}}$ auf Konvergenz.

c) Man berechne die für alle $x\in\mathbb{R}$ stetige Funktion, für die gilt

$$\begin{array}{rcll} f(0) &=& 0 & , \\ f'(x) &=& -2 & \text{für} \quad -\infty < x < -1\,, \\ f'(x) &=& 2x & \text{für} \quad -1 < x < 2\,, \\ f'(x) &=& 4 & \text{für} \quad 2 < x < \infty \end{array}$$

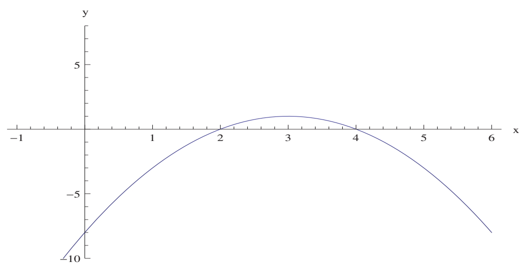
und zeichne die Funktion. Ist f auch differenzierbar?

Aufgabe 2:

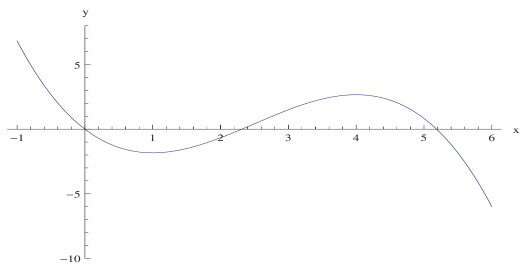
a) Man berechne den Grenzwert $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{(x^2)}-1}{1-\cos x}$.

b) Man berechne das Taylor-Polynom vom Grad 2 für die durch $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ gegebene Funktion zum Entwicklungspunkt $x_0=1$.

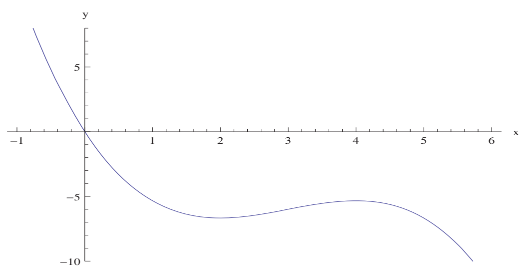
c) Nur die Ableitung $g'(x) = -x^2+6x-8$ ist von der reellwertigen Funktion g bekannt. Man gebe die Monotoniebereiche von g an und klassifiziere alle Extremwerte. Anschließend begründe man, welcher der unten angegebenen Funktionsgraphen g_i mit dem von g übereinstimmt.



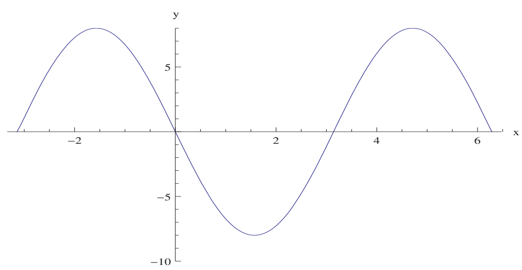
Funktion g_1



Funktion g_2



Funktion g_3



Funktion g_4