Aufgabe 1:

a) Man beweise für alle $n \in \mathbb{N}$ durch vollständige Induktion $\sum_{k=1}^{n}(2k-1) = n^2$.

b) Man berechne den Grenzwert $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^{n+1}+3^n}{3^{n+1}+2^n}$.

c) Man untersuche die Reihe $\sum\limits_{k=1}^{\infty}(-1)^k \dfrac{k+1}{k^2+1}$ auf Konvergenz.

d) Für die Funktion f mit

$$f(x) = \begin{cases} \sin x\,, & x < \pi \\ ax+b\,, & x \geq \pi \end{cases}$$

bestimme man $a, b \in \mathbb{R}$, sodass f in $x_0 = \pi$ stetig differenzierbar wird und zeichne f.

Aufgabe 2:

a) Man bestimme für die Menge

$$M = (]-3,5] \cap]2,8]) \cup \left\{ a_n \in \mathbb{R} \mid a_n = \frac{1}{n}\,,\ n \in \mathbb{N} \right\}$$

die Menge aller Häufungspunkte M' und aller inneren Punkte M^0.

b) Man berechne den Grenzwert $\lim\limits_{x\to 0+} \dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{x}}$.

c) Für die durch $f(x) = \dfrac{e^{x^2}}{x}$ gegebene Funktion berechne man zum Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ das Taylor-Polynom 2.Grades.

d) Für die durch $g(x) = |x-1|x^2$ gegebene Funktion gebe man das Monotonieverhalten an und bestimme und klassifiziere alle Extremwerte.