

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21:

a) Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto f(x) = \frac{2x^2}{3} - 3 - \sin x .$$

Man zeige

- (i) mit Hilfe des Zwischenwertsatzes, dass die Funktion mindestens zwei Nullstellen besitzt und
- (ii) mit Hilfe des Satzes von Rolle, dass sie höchstens zwei und damit dann genau zwei Nullstellen besitzt.

b) Man berechne die folgenden Grenzwerte

- (i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arctan(x)}{x^3}$,
- (ii) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) \sinh(x)$.

Aufgabe 22:

Man bestimme das Taylor-Polynom zweiten Grades für die Funktion

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$$

zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$, schätze den Betrag des Approximationsfehlers im Intervall $[-1, 1]$ mit Hilfe der Restgliedformel von Lagrange nach oben ab und zeichne f und T_2 .

Aufgabe 23:

Man bestimme den maximalen Definitionsbereich D und klassifiziere dort alle Extremwerte für folgende Funktionen mit:

$$\text{a) } f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 3},$$

$$\text{b) } g(x) = \left| \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right|,$$

$$\text{c) } h(x) = \sqrt{(x - 7)(x^2 - 5x - 14)}.$$

Aufgabe 24: (aus dem Vordiplom Analysis I, WS99/00)

Gegeben sei die durch

$$f(x) = \ln \left| x + \frac{1}{x} \right|$$

definierte reellwertige Funktion. Man diskutiere die Funktion f .

Dazu bestimme man im Einzelnen: Definitionsbereich, Symmetrie, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, Verhalten im Unendlichen, Nullstellen, Monotonieverhalten, Extrema, Konvexität und Wendepunkte. Abschließend skizziere man den Graphen von f .

Abgabetermin: 31.1. - 4.2.11 (zu Beginn der Übung)