**Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg** **WiSe 2010/11**
Prof. Dr. J. Struckmeier
Dr. K. Rothe

# Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

## Blatt 5

**Aufgabe 17:**

Man zeichne die folgenden reellen Funktionen und untersuche sie mit Hilfe der $\varepsilon$-$\delta$-Charakterisierung auf Stetigkeit im Punkt $x_0$:

a) $$f(x) = \begin{cases} x & \text{für} \quad x \geq 1 \\ 0 & \text{für} \quad x < 1 \end{cases} \qquad \text{mit} \qquad x_0 = 1$$

b) $$g(x) = \begin{cases} x^2 \cdot \sin \dfrac{1}{x^2} & \text{für} \quad x \neq 0 \\ 0 & \text{für} \quad x = 0 \end{cases} \qquad \text{mit} \qquad x_0 = 0 \quad .$$

**Aufgabe 18:**

a) Gesucht ist eine für alle $x \in \mathbb{R}$ stetige Funktion (Zeichnung), für die gilt:

$$\begin{aligned} f(0) &= 2 \quad , \\ f'(x) &= 0 \quad \text{für} \quad -\infty < x < -1 \, , \\ f'(x) &= 1 \quad \text{für} \quad -1 < x < 0 \, , \\ f'(x) &= -1 \quad \text{für} \quad 0 < x < \pi \, , \\ f'(x) &= 0 \quad \text{für} \quad \pi < x < \infty \, . \end{aligned}$$

b) Gegeben sei die durch

$$g(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c \, , & x \leq 0 \\ \cos x \, , & 0 < x \end{cases}$$

definierte Funktion $g$. Man bestimme $a, b, c \in \mathbb{R}$, sodass $g$ in $\mathbb{R}$ zweimal stetig differenzierbar wird und zeichne $g, g'$ und $g''$.

**Aufgabe 19:**

Für die folgenden Funktionen bestimme man im angegebenen Punkt jeweils die Tangentengleichung und zeichne die Funktionen mit den berechneten Tangenten.

a) $f(x) = 2^x \quad \text{mit} \quad x_0 = 1\,,$

b) $g(\lambda) = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 1 \\ -1 & 2-\lambda \end{vmatrix} \quad \text{mit} \quad \lambda_0 = 2\,,$

c) $\boldsymbol{h}(t) = t \cdot \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad t_0 = 9\pi/4\,.$

**Aufgabe 20:**

a) Man berechne die Ableitungen der folgenden Funktionen und vereinfache die sich ergebenden Ausdrücke:

$$\text{i) } f(x) = 2x\sin x - (x^2-2)\cos x\,, \qquad \text{ii) } g(x) = x\tan x + \ln(\cos x)\,.$$

b) Man berechne die ersten beiden Ableitungen der folgenden Funktionen:

$$\text{i) } h(x) = \ln\left(\frac{x^2}{x^3+1}\right)\,, \qquad \text{ii) } k(x) = (2x)^x\,.$$

c) Man berechne die ersten drei Ableitungen der folgenden Funktionen:

$$\text{i) } u(x) = \frac{x^2+1}{\sqrt{x}}\,, \qquad \text{ii) } v(x) = x\sinh^2 x\,.$$

**Abgabetermin:** 17.1. - 21.1.11 (zu Beginn der Übung)