

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1:

Man gebe die Wahrheitstafeln der folgenden Aussagen an und prüfe, welche der Aussagen Tautologien sind.

- a) $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$,
- b) $(A \vee B) \Rightarrow \neg B$,
- c) $A \Rightarrow (A \vee B)$,
- d) $(A \Rightarrow B) \wedge \neg B$,
- e) $((A \vee B) \wedge \neg B) \Rightarrow B$,
- f) $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$,

Aufgabe 2:

- a) Man beweise die Behauptung $B : \forall a, b \in \mathbb{R} \text{ gilt } ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$
 - (i) indirekt,
 - (ii) direkt.
- b) Man beweise indirekt die Behauptung $B : \log_2 6$ ist irrational.

Welche Voraussetzungen werden für die Beweise stillschweigend benutzt?

Aufgabe 3:

Man stelle die folgenden Mengen durch Aufzählung ihrer Elemente dar

a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^3 - 3x^2 - x + 3 \geq 0\},$

b) $B = \left\{x \in \mathbb{R} \setminus \{3\} \mid \frac{1}{(x-3)^2} + 7 = 2x\right\},$

c) $C = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{1}{27} \leq 3^x < 243\right\}.$

d) Man bilde die Mengen $A \setminus C, B \setminus C, B \cup C, A \cap C.$

Aufgabe 4:

Gegeben seien die Mengen

a) $A = [-1, 0] \times [-1, 1],$

b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\},$

c) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$

Man stelle folgende Mengen graphisch dar: $A, B, C, A \cup C, A \cap C, C \setminus B.$

Abgabetermin: 10.11. - 14.11.08 (zu Beginn der Übung)