Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2006/07**
Prof. Dr. A. Iske
Dr. K. Rothe

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1:

Man gebe die Wahrheitswertetafeln der folgenden Aussagen an und prüfe, welche der Aussagen Tautologien sind.

a) $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$,

b) $(A \vee B) \Rightarrow \neg B$,

c) $A \Rightarrow (A \vee B)$,

d) $(A \Rightarrow B) \wedge \neg B$,

e) $((A \vee B) \wedge \neg B) \Rightarrow B$,

f) $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$,

Aufgabe 2:

a) Man beweise die Behauptung B: $\forall a, b \in \mathbb{R}: \ a^2 + b^2 \geq 2ab$

(i) indirekt,

(ii) direkt.

b) Man beweise indirekt die Behauptung B: $\log_2 6$ ist irrational.

Welche Voraussetzungen werden für die Beweise stillschweigend benutzt?

Aufgabe 3:

Man stelle die folgenden Mengen durch Aufzählung ihrer Elemente dar

a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^3 - 3x^2 - x + 3 \geq 0\}$,

b) $B = \left\{ x \in \mathbb{R} \setminus \{3\} \;\middle|\; \frac{1}{(x-3)^2} + 7 = 2x \right\}$,

c) $C = \left\{ x \in \mathbb{Z} \;\middle|\; \frac{1}{27} \leq 3^x < 243 \right\}$.

d) Man bilde die Mengen $A \setminus C,\ B \setminus C,\ B \cup C,\ A \cap C$.

Aufgabe 4:

Gegeben seien die Mengen

a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2;\ \max(|x|, |y|) \leq 1\}$,

b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2;\ |x| + |y| \leq 1\}$,

c) $C = [0, 2] \times [0, 2]$.

Man stelle folgende Mengen graphisch dar:
$A,\ B,\ C,\ A \setminus B,\ B \setminus A,\ A \cup C,\ A \cap C$.

Abgabetermin: 13.11. - 16.11.06 (zu Beginn der Übung)