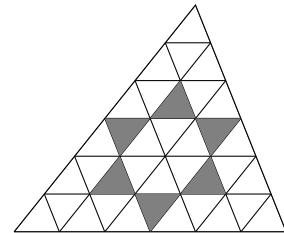


M Mittelstufe

Aufgabe 1 (5 P.). Von zehn Jungen hat jeder 100 Kekse auf seinem Teller. Anstatt sie zu essen, spielen die Jungen ein Spiel: In jedem Schritt gibt ein Junge jeweils einen Keks von seinem Teller an jeden anderen Jungen. Was ist die kleinste Anzahl an Schritten, die notwendig ist, um die Anzahl an Keksen für alle Jungen verschieden zu machen?

Aufgabe 2 (5 P.). In jeder Zelle eines 8×8 -Feldes steht eine positive ganze Zahl. Bei jeder Zerlegung des Feldes in Steine aus zwei sich an einer Seite berührenden Feldern (also 1×2 oder 2×1) ist die Summe der Zahlen für jeden Stein verschieden. Ist es möglich, dass die größte Zahl des Feldes nicht größer ist als 32?

Aufgabe 3 (6 P.). Ein beliebiges Dreieck ist durch Geraden parallel zu seinen Seiten in kongruente Dreiecke zerlegt wie im Bild zu sehen. Beweise, dass die Höhenschnittpunkte der sechs angeordneten Dreiecke auf einem Kreis liegen.



Aufgabe 4 (8 P.). Eine quadratische Pralinschachtel ist in 49 gleichgroße quadratische Zellen zerlegt, die jeweils dunkle oder weiße Pralinen enthalten. In jedem Schritt isst Alex zwei gleiche Pralinen aus benachbarten Zellen (seitlich oder an der Ecke). Welches ist die größte Anzahl an Pralinen, die Alex in jedem Fall essen kann, unabhängig von der Verteilung der Pralinen in der Schachtel?

Aufgabe 5 (8 P.). Paarweise verschiedene positive Zahlen sind auf drei rote und drei blaue Karten geschrieben. Auf den Karten der einen Farbe (man weiß nicht, welcher) stehen die Summen der drei möglichen Paare aus drei bestimmten Zahlen, auf den Karten der anderen Farbe stehen die Produkte derselben drei Paare. Ist es immer möglich, die drei Zahlen zu bestimmen?

Aufgabe 6 (9 P.). $A_1 A_2 \dots A_{2n}$ mit $n \geq 5$ sei ein regelmäßiges $2n$ -Eck mit Mittelpunkt O . Die Diagonalen $A_2 A_{n-1}$ und $A_3 A_n$ schneiden sich in F , die Diagonalen $A_1 A_3$ und $A_2 A_{2n-2}$ schneiden sich in P . Beweise, $|PF| = |PO|$.

Aufgabe 7. (a) (5 P.) Ein Fragebogen besteht aus 20 Fragen, welche jeweils zwei mögliche Antworten haben. Es ist bekannt, dass für jede Auswahl von 10 Fragen und jede Kombination an Antworten dieser Fragen (mindestens) eine Person genau diese Antworten gegeben hat. Müssen dann zwei Personen existieren, die jede Frage verschieden beantwortet haben?

(b) (6 P.) Das gleiche Problem mit 12 verschiedenen Antwortmöglichkeiten pro Frage.

Alle Aussagen sind zu begründen! Bitte eine lesbare Reinschrift anfertigen! An Hilfsmitteln sind nur das ausgegebene Papier, Schreibgerät, Zirkel und Lineal zugelassen. Auf jedem Blatt sind der Name, Vorname und die Nummer der Aufgabe einzutragen. Gewertet werden höchstens drei Aufgaben.

Zeit: 5 Stunden.

Viel Erfolg!

