



② Aussagen sind kontradiktionsfrei:

Aussagen sind Konträr:

2 Aussagen sind subkonträr:

Beispiel aus der Math.:

### Existentielle Voraussetzung

## Das Logistische Sechseck (Prisenaufgabe)

The diagram illustrates the following logical relationships:

- Alle A sind B** (All A are B) is connected to **Keine A sind B** (No A are B) by a contradiction arrow.
- Alle A sind B** is connected to **Sokrates ist B** by a direct arrow.
- Alle A sind B** is connected to **Sokrates ist nicht B** by a direct arrow.
- Keine A sind B** is connected to **Sokrates ist B** by a contradiction arrow.
- Keine A sind B** is connected to **Sokrates ist nicht B** by a direct arrow.
- Sokrates ist B** is connected to **Einige A sind B** by a direct arrow.
- Sokrates ist B** is connected to **Einige A sind nicht B** by a contradiction arrow.
- Sokrates ist nicht B** is connected to **Einige A sind B** by a contradiction arrow.
- Sokrates ist nicht B** is connected to **Einige A sind nicht B** by a direct arrow.
- Einige A sind B** is connected to **Einige A sind nicht B** by a contradiction arrow.

15-16-17-18-19-20-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30-31-32-33-34-35-36-37-38-39-40-41-42-43-44-45-46-47-48-49-50-51-52-53-54-55-56-57-58-59-60-61-62-63-64-65-66-67-68-69-70-71-72-73-74-75-76-77-78-79-80-81-82-83-84-85-86-87-88-89-90-91-92-93-94-95-96-97-98-99-100

Aussagenlogik (Skript von Kreidte WiS 15/16)

- Wir haben Aussagen  $p, q, r, \dots$  die den Wahrheitswert
 

Wahr (1)	Falsch (0)
}{	

 bekommen
- Es gibt die 1-stellige Verknüpfung  $\neg$  "nicht"

- Es gibt 2-stellige Verknüpfungen

- $\cdot p \wedge q$  "p und q"
- $\cdot p \vee q$  "p oder q"
- $\cdot p \Rightarrow q$  "wenn p, dann q"
- $\cdot p \Leftrightarrow q$  "p gdw. q"

Formale Def: Was ist eine Aussage?

- $p, q, r$  usw... sind (atomare) Aussagen
- Wenn  $\phi$  eine Aussage ist, dann ist  $\neg\phi$  auch eine Aussage
- Wenn  $\phi$  und  $\psi$  Aussagen sind, dann sind  $\phi \wedge \psi$ ,  $\phi \vee \psi$ ,  $\phi \Rightarrow \psi$  und  $\phi \Leftrightarrow \psi$  auch Aussagen.

(Klammern werden zu Verständlichkeit benutzt).

Beispiel (1)  $p \wedge \neg p \Rightarrow \neg p$  ? Nun  
 (2)  $(p \wedge q) \Rightarrow ((\neg p) \Leftrightarrow (\neg q)) \Rightarrow \alpha$

Def: Wenn der Wahrheitswert der atom. Aussagen  $(p, q, \dots)$  gegeben ist, dann lässt sich der Wahrheitswert der zusammengesetzten Aussagen berechnen:

Wahrheitstafeln

$\phi$	$\neg\phi$
0	1
1	0

$\phi$	$\psi$	$\phi \wedge \psi$	$\phi \vee \psi$	$\phi \Rightarrow \psi$	$\phi \Leftrightarrow \psi$
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

Beispiel: Wahr Tab. von  $p \wedge (\neg q) \vee r$

$p$	$q$	$r$	$\neg q$	$(\neg q) \vee r$	$p \wedge (\neg q) \vee r$
0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1

Beispiel:  $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow ((\neg p) \vee (\neg q))$  "De Morgan"

$p$	$q$	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$(\neg p) \vee (\neg q)$	$((\neg p) \vee (\neg q)) \Leftrightarrow (\neg(p \wedge q))$
0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0

<p>Beispiel: <math>[p \rightarrow (q \rightarrow r)] \leftrightarrow [(p \wedge q) \rightarrow r]</math></p> <table border="1" data-bbox="198 415 658 595"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>r</th> <th><math>(q \rightarrow r)</math></th> <th><math>p \rightarrow (q \rightarrow r)</math></th> <th><math>(p \wedge q)</math></th> <th><math>(p \wedge q) \rightarrow r</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	p	q	r	$(q \rightarrow r)$	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$	$(p \wedge q)$	$(p \wedge q) \rightarrow r$	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	<p>Definition: Aussagen die <u>immer</u> (bei jeder Wahrheit Wert der atomen Aussage <math>p, q, r</math>) den Wahrheitswert <u>1</u> bekommen nennt man <u>Tautologie</u></p>
p	q	r	$(q \rightarrow r)$	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$	$(p \wedge q)$	$(p \wedge q) \rightarrow r$																																																										
0	0	0	1	1	0	1																																																										
0	0	1	1	1	0	1																																																										
0	1	0	1	1	0	1																																																										
0	1	1	1	1	1	1																																																										
1	0	0	1	1	0	1																																																										
1	0	1	1	1	0	1																																																										
1	1	0	1	1	1	1																																																										
1	1	1	1	1	1	1																																																										
<p>Beispiele:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>* <math>p \rightarrow p \leftrightarrow p</math></li> <li>* <math>\neg(p \wedge q) \leftrightarrow ((\neg p) \vee (\neg q))</math> } De Morgan</li> <li>* <math>\neg(p \vee q) \leftrightarrow ((\neg p) \wedge (\neg q))</math> } De Morgan</li> <li>* <math>(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q</math> (Modus Ponens)</li> <li>* <math>\dots</math></li> </ul>	<p>Sei <math>A = \{x \in X \mid P(x)\}</math>  <math>B = \{x \in X \mid Q(x)\}</math></p> <p><math>A \cap B = \{x \in X \mid P(x) \wedge Q(x)\}</math></p> <p><math>A \cup B = \{x \in X \mid P(x) \vee Q(x)\}</math></p> <p><math>\overline{A} = \{x \in X \mid \neg P(x)\}</math></p>																																																															