Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Vertiefung: Algebraische Strukturen
Sommersemester 2018
Prof. Dr. Benedikt Löwe
Übungsblatt 8

Vorlesungswebseite:

`https://www.math.uni-hamburg.de/spag/ml/Lehre/SS18_V_AS.html`

Hausaufgaben werden jeweils in der Übung am Mittwoch abgegeben.

Hausaufgaben zur Abgabe in der Übung am Mittwoch, 6. Juni 2018.

(22) Wir nennen eine partielle Ordnung $(P, \leq)$ *unbeschränkt*, falls für jedes $p \in P$ ein $q \in P$ existiert, so daß $p < q$. (Beachten Sie: nichtleere endliche partielle Ordnungen können niemals unbeschränkt sein.) Zeigen Sie, daß Summen und Produkte unbeschränkter Ordnungen wieder unbeschränkt sind.

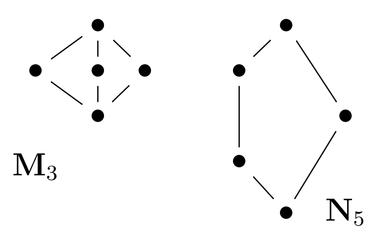
(23) In der Vorlesung hatten wir vier (Paare von) Rechengesetze(n) für Verbände gesehen:

Assoziativität	$a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$	$a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c,$
Kommutativität	$a \vee b = b \vee a$	$a \wedge b = b \wedge a,$
Idempotenz	$a \vee a = a$	$a \wedge a = a,$
Absorption	$a \vee (a \wedge b) = a$	$a \wedge (a \vee b) = a.$

Wir hatten gezeigt, dass diese vier Gesetze in allen Verbänden gelten. Wir fügen nun ein weiteres Paar hinzu, welches **nicht** in allen Verbänden gilt:

Distributivität $\quad a \vee (b \wedge c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c) \quad a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c).$

Wir sagen, daß ein Verband *distributiv* ist, wenn er die beiden Distributivgesetze erfüllt. Betrachten Sie die folgenden beiden Verbände $\mathbf{M}_3$ und $\mathbf{N}_5$:



Sind $\mathbf{M}_3$ und/oder $\mathbf{N}_5$ distributiv (begründen Sie Ihre Antwort)?