Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Vertiefung: Algebraische Strukturen
Sommersemester 2018
Prof. Dr. Benedikt Löwe
Übungsblatt 2

Vorlesungswebseite:

`https://www.math.uni-hamburg.de/spag/ml/Lehre/SS18_V_AS.html`

Hausaufgaben werden jeweils in der Übung am Mittwoch abgegeben.

Hausaufgaben zur Abgabe in der Übung am Mittwoch, 18. April 2018.

(4) Für jeden der folgenden drei syllogistischen Schlüsse, abstrahieren Sie den Syllogismus und schreiben ihn mit Buchstaben A, B und C. Argumentieren Sie dann mit Venn-Diagrammen für die Gültigkeit dieser drei Syllogismen:

(a) ***Datisi.***

$$\frac{\text{Alle Terrier sind Hunde.}\quad \text{Einige Katzen sind Terrier.}}{\text{Einige Katzen sind Hunde.}}$$

(b) ***Bocardo.***

$$\frac{\text{Einige Hasen sind nicht weiß.}\quad \text{Alle Hasen sind Kaninchen.}}{\text{Einige Kaninchen sind nicht weiß.}}$$

(c) ***Felapton.***

$$\frac{\text{Kein König ist ein Mathematiker.}\quad \text{Alle Könige sind Einhörner.}}{\text{Einige Einhörner sind keine Mathematiker.}}$$

Im Falle von ***Felapton*** werden Sie feststellen, daß es einen Spezialfall gibt, in dem der Syllogismus nicht gültig ist (d.h., die beiden Prämissen sind wahr, aber die Konklusion ist falsch). Welche Zusatzvoraussetzung muß an A, B und C gestellt werden, damit der Syllogismus ***Felapton*** allgemeingültig ist?

Zusatzaufgabe (nicht zur Abgabe bestimmt). Finden Sie (z.B. durch eine Internetrecherche) heraus, was es sich mit den mysteriösen Worten “Datisi”, “Bocardo” und “Felapton” auf sich hat.

(5) In der Vorlesung hatten wir den *vereinfachten Leibnizkalkül* für die Arithmetisierung von Syllogismen betrachtet. In diesem Kalkül wurden sogenannte *Basiseigenschaften* durch Primzahlen repräsentiert (z.B. “beseelt” durch die 2 und “vernunftbegabt” durch die 3) und allgemein *Eigenschaften* durch Produkte von verschiedenen Primzahlen (z.B. “Mensch” = “beseeltes und vernunftbegabtes Lebewesen” durch $2 \cdot 3 = 6$). Wenn nun die Eigenschaften A, B und C durch die Zahlen a, b und c repräsentiert sind, so entspricht “Alle A sind B” der arithmetischen Aussage $b|a$ (“b teilt a”) und “Einige A sind nicht B” der arithmetischen Aussage $b \nmid a$ (“b teilt nicht a”).

In der Vorlesung hatten wir diese Repräsentation verwendet, um den Syllogismus ***Barbara***

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Alle } A \text{ sind } B.\\ \text{Alle } B \text{ sind } C.\end{array}}{\text{Alle } A \text{ sind } C.}$$

arithmetisch zu beweisen (nämlich: falls $b|a$ und $c|b$, so gilt wegen der Transitivität der Teilbarkeitsrelation auch $c|a$).

Beweisen Sie mit derselben Methode den Syllogismus ***Baroco***:

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Alle } A \text{ sind } B.\\ \text{Einige } C \text{ sind nicht } B.\end{array}}{\text{Einige } C \text{ sind nicht } A.}$$